

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ESPÍRITO SANTO

CENTRO TECNOLÓGICO

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

PROJETO DE GRADUAÇÃO

FRANCO VIEIRA DE SOUZA

**MEDIÇÃO DE TORQUE EM PEDIVELA PARA
CONTROLE DE BICICLETA ELÉTRICA**

VITÓRIA

2016

FRANCO VIEIRA DE SOUZA

**MEDIÇÃO DE TORQUE EM PEDIVELA PARA
CONTROLE DE BICICLETA ELÉTRICA**

Parte escrita do Projeto de Graduação do aluno Franco Vieira de Souza, apresentado ao Departamento de Engenharia Elétrica do Centro Tecnológico da Universidade Federal do Espírito Santo, como requisito parcial para obtenção do grau de Engenheiro Eletricista.

Orientador:

Professor Doutor Evandro Ottoni
Teatini Salles.

Coorientador:

Bacharel Philipe Rangel Demuth

VITÓRIA

2016

FRANCO VIEIRA DE SOUZA

**MEDIÇÃO DE TORQUE EM PEDIVELA PARA
CONTROLE DE BICICLETA ELÉTRICA**

COMISSÃO EXAMINADORA:

Professor Doutor Evandro Ottoni Teatini Salles
Orientador

Professor Doutor Jair Adriano Lima Silva
Examinador

Mestra Thais Pedruzzi do Nascimento
Examinadora

Aprovado em ___/___/2016

RESUMO

Extensômetros elétricos resistivos são dispositivos capazes de medir deformações na superfície de sólidos. Tais medidas podem ser usadas para descobrir, as forças sob as quais o objeto em questão está submetido. O presente trabalho descreve aspectos teóricos e práticos da medição de deformação com extensômetros elétricos resistivos e da estimativa das forças envolvidas, e mostra a implementação de um sistema de medição de torque em pedivela, cujo foco é o uso em bicicletas elétricas tipo *pedal assist*.

Palavras-chave: extensômetro, medição de torque, *strain gauge*, *strain gage*, bicicleta elétrica, *pedelec*, pedivela.

ABSTRACT

Electrical resistance strain gauges are devices that can be used to measure strain in the surface of solids. Such measurements can be used to discover the forces that are acting upon the strained object. This text describes theoretical and practical aspects of strain, force and torque measurements with electrical resistance strain gauges, and shows the implementation of a torque measurement system mounted on a bicycle's crankset as a prototype of a system that can be used in pedal assist electrical bikes.

Keywords: strain gauge, strain gage, e-bike, electrical bicycle, torque measurement, pedelec, pedal assist, crankset.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Número de usuários que circulam por uma faixa de tráfego, por hora, com diferentes meios de transporte	12
Figura 2 – Meio de transporte escolhido em cidades com diferentes números de habitantes.....	13
Figura 3 – Pedivela e coroa de bicicleta.....	15
Figura 4 – Chave que realiza medição de torque de reação	16
Figura 5 – Arranjo experimental para obtenção de uma relação tensão/deformação (a), acompanhado do gráfico da resposta obtida (b)	17
Figura 6 – Ilustração de deformação (γ) provocada por tensão de cisalhamento (τ)....	18
Figura 7 – Alavanca com eixo à esquerda.....	20
Figura 8 – Secção transversal da alavanca	20
Figura 9 – Análise das forças estáticas em parte da alavanca	21
Figura 10 – Tensões de cisalhamento em secção transversal da alavanca	22
Figura 11 – Tração (acima) e compressão (abaixo) em secção da alavanca. O plano pontilhado ilustra a linha neutra	22
Figura 12 – Alavanca sofrendo aplicação de força axial.....	24
Figura 13 – Tensão provocada por tração em secção da alavanca	24
Figura 14 – Extensômetros elétricos resistivos	25
Figura 15 – Extensômetros em arranjo roseta com seus respectivos eixos principais indicados em vermelho.....	26
Figura 16 – Ilustração da deformação causada por tração em condutor com secção circular	27
Figura 17 – Duas curvas possíveis de resposta térmica de extensômetros.....	29
Figura 18 – Variação térmica da sensibilidade de extensômetros com trilhas de diferentes materiais	30
Figura 19 - Divisor de tensão envolvendo o extensômetro no qual as resistências dos condutores que levam até o extensômetro são consideradas	31
Figura 20 – Ponte de Wheatstone	33
Figura 21 - Arranjo quarto de ponte	34
Figura 22 – Arranjo meia ponte.....	35
Figura 23 – Compensação térmica em meia ponte.....	36
Figura 24 – Medição de torque em braço de alavanca	37
Figura 25 – Arranjo de ponte completa	37

Figura 26 – Compensação térmica em ponte completa.....	38
Figura 27 – Ponte de Wheatstone com potenciômetro para ajuste do ponto zero.....	39
Figura 28 – Dois modelos de um amplificador operacional com diferentes graus de detalhamento de comportamentos não-ideais.....	40
Figura 29 – Trecho de datasheet indicando a tensão de <i>offset</i> de entrada e parâmetros de sua variação	41
Figura 30 – Uso de fonte de corrente para modelar os efeitos da corrente de <i>offset</i>	42
Figura 31 - Gráfico de corrente e tensão de ruído em amplificador, em relação à frequência	44
Figura 32 – Diagrama de blocos do projeto	45
Figura 33 – Pedivela selecionado com extensômetro em destaque.....	46
Figura 34 – Ilustração do uso de fita adesiva para posicionamento de extensômetro....	47
Figura 35 - Efeitos da espessura da camada de adesivo na transferência da deformação	48
Figura 36 - Três extensômetros e seus respectivos terminais de solda intermediários, de três tipos distintos	49
Figura 37 - Extensômetro danificado por excesso de tração nos condutores.....	49
Figura 38 – Terminais de solda confeccionados com placa perfurada.....	50
Figura 39 - Diagrama do amplificador INA118	52
Figura 40 - Esquemático da primeira montagem.....	53
Figura 41 - Fotos do circuito montado em placa de matriz de contatos	54
Figura 42 - Esquemático da segunda montagem	55
Figura 43 - Foto do circuito montado em placa perfurada	55
Figura 44 - Esquemático final do circuito	58
Figura 45 - Ilustração do procedimento de calibração do ponto zero	58
Figura 46 - Placa de circuito final após soldagem dos componentes	59
Figura 47 - Disposição física dos componentes e trilhas na placa de circuito final.	59
Figura 48 – Arranjo experimental	61
Figura 49 – Resposta ao degrau: valor medido da força aplicada na ponta da alavanca (eixo y) em função do tempo (eixo x)	62
Figura 50 – Respostas ao degrau de força: valor medido (eixo y) e força aplicada (eixo x)	62
Figura 51 - Ruído presente nas medições realizadas ao longo do tempo.	63

LISTA DE SÍMBOLOS

σ_e	tensão mecânica normal experimental
ε_e	deformação normal experimental
ΔL	variação de comprimento
L_0	comprimento inicial
P	peso aplicado na barra
A	área (da secção da barra/alavanca/trilha ou da superfície de aplicação de tensão)
ε	deformação normal
E	módulo de Young
σ	tensão mecânica normal
τ	tensão de cisalhamento
γ	deformação de cisalhamento
G	módulo de cisalhamento
H	altura da secção da alavanca
W	espessura da alavanca
L	comprimento da alavanca/trilha
P	ponto da alavanca sendo analisado
l	distância do fim da alavanca até o ponto P
\vec{F}	força aplicada na alavanca/pedivela
\vec{M}	torque
\vec{F}_{eixo}	força aplicada na alavanca/pedivela pelo eixo
M_{eixo}	torque aplicado na alavanca/pedivela pelo eixo (em torno do eixo z)
α_z	aceleração angular da alavanca (em torno do eixo z)
\vec{F}'	força estática entre partes da alavanca
M'	torque estático entre partes da alavanca

k	fator que relaciona σ à coordenada y
σ_E	tensão mecânica normal no ponto P (no sentido do eixo x)
ε_E	deformação normal no ponto P (no sentido do eixo x)
S_g	sensibilidade do extensômetro (<i>gage factor</i>)
R	resistência
R_0	resistência inicial do extensômetro/trilha
ρ	resistividade do material (da trilha)
A_0	área da secção da trilha antes da deformação
L'	comprimento da trilha após deformação
A'	área da secção da trilha após deformação
V	volume (da trilha)
R'	resistência da trilha após deformação
ΔR	variação na resistência da trilha/extensômetro
ϑ	temperatura do extensômetro
ΔS_g	variação na sensibilidade do extensômetro
S_{g20}	sensibilidade do extensômetro a 20 graus Celsius
V_{in}	tensão de alimentação do divisor de tensão/ponte de Wheatstone
V_{div}	tensão do divisor de tensão, sem o terceiro condutor
V_{div}'	tensão do divisor de tensão com o uso do terceiro condutor
R_{1-4}	resistência dos divisor de tensão/ponte de Wheatstone
R_C	resistência dos condutores que levam até os extensômetros
ΔR_C	variação térmica na resistência dos condutores que levam até os extensômetros
V_O	tensão de saída da ponte de Wheatstone
R_{C1-3}	resistência dos condutores que levam até os extensômetros
ΔR_{C1-3}	variação térmica na resistência dos condutores que levam até os extensômetros

ΔR_{1-4}	variação na resistência de R_{1-4} causada por efeitos térmicos
ε_{1-4}	deformações nos extensômetros R_{1-4}
R_{pot}	resistência no potenciômetro de ajuste de ponto zero
a	ganho do amplificador
V_{IN}	tensão de entrada do amplificador
V_{OUT}	tensão de saída do amplificador
V_{IO}	tensão de <i>offset</i> de entrada do amplificador
I_B	corrente de polarização do amplificador
I_{IO}	corrente de <i>offset</i> do amplificador
V_{IC}	tensão de modo comum na entrada do amplificador
$CMRR$	razão de rejeição do modo comum
V_n	tensão de ruído
I_n	corrente de ruído
Q	erro máximo de quantização
n	número de bits do conversor analógico/digital
RC1-2	resistências para correção de erro de ponto zero no circuito final
POT	potenciômetro para correção de erro de ponto zero no circuito final
V_{DD}	tensão de alimentação de todo o circuito
L_{ADC}	valor lido pelo conversor analógico/digital

SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO.....	12
1.1.	Motivação.....	12
1.2.	Bicicletas elétricas e sensores de torque.....	13
1.3.	Objetivos	14
1.4.	Estrutura da monografia	15
2.	EMBASAMENTO TEÓRICO	16
2.1.	Medições de torque	16
2.2.	A relação entre torque, tensão e deformação	17
2.3.	Relação entre torque e deformação em alavanca	19
2.4.	Relação entre força axial e deformação em alavanca.....	23
2.5.	Extensômetros elétricos resistivos.....	25
2.6.	Efeitos térmicos.....	28
2.7.	Instrumentação para extensômetros elétricos resistivos.....	32
2.8.	Comparação de arranjos quarto de ponte, meia ponte e ponte completa	33
2.8.1.	O arranjo quarto de ponte	34
2.8.2.	O arranjo meia ponte	35
2.8.3.	O arranjo ponte completa	37
2.9.	Remoção de erro de ponto zero	38
2.10.	Amplificação	39
2.10.1.	Tensão de alimentação, ganho e faixa de tensão de saída.....	40
2.10.2.	Tensão de <i>offset</i> de entrada.....	41
2.10.3.	Corrente de polarização e de <i>offset</i>	42
2.10.4.	Razão de rejeição de modo comum.....	43
2.10.5.	Tensão de ruído de entrada.....	43
2.10.6.	Corrente de ruído de entrada	44
3.	EXECUÇÃO	45

3.1.	Extensômetro utilizado.....	46
3.2.	Posicionamento e instalação dos extensômetros.....	46
3.2.1.	Preparação da peça.....	47
3.2.2.	Colagem dos extensômetros.....	47
3.2.3.	Soldagem dos condutores.....	48
3.3.	Projeto preliminar do circuito do amplificador.....	50
3.4.	Amplificador escolhido: INA118.....	51
3.5.	Primeira montagem.....	53
3.6.	Segunda montagem.....	54
3.7.	Soluções propostas.....	56
3.8.	Microcontrolador e módulo <i>bluetooth</i>	57
3.9.	Circuito final.....	57
4.	TESTES E RESULTADOS.....	60
4.1.	Metodologia.....	60
4.2.	Teste com aplicação de força.....	61
4.3.	Ruído.....	63
4.4.	Estabilidade do ponto zero a longo prazo.....	63
4.5.	Estabilidade térmica.....	64
4.6.	Análise dos resultados.....	64
5.	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	65
6.	REFERÊNCIAS.....	66
7.	ANEXOS.....	68

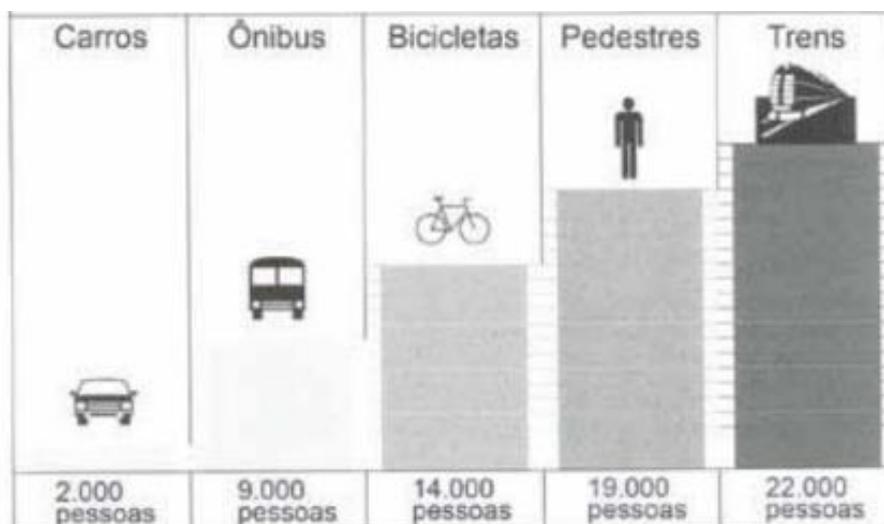
1. INTRODUÇÃO

1.1.MOTIVAÇÃO

O aumento no trânsito, medido tanto pelo aumento do número de veículos quanto do tempo médio de percurso, é um dos maiores desafios enfrentados hoje em dia pelas grandes cidades brasileiras. Tal fenômeno tem como principal causa o grande aumento no número de automóveis em circulação, provocado pela ampliação do poder aquisitivo de parte da população e pelo crescimento populacional [1].

Uma das soluções propostas para lidar com o problema do trânsito é o maior uso de bicicletas pela população. As bicicletas são um meio de transporte barato e que ocupam, por passageiro, um espaço pequeno nas vias públicas quando comparadas com automóveis ou até mesmo ônibus. A Figura 1 ilustra isso, mostrando o número de pessoas que podem circular por uma faixa de tráfego, por hora.

Figura 1 – Número de usuários que circulam por uma faixa de tráfego, por hora, com diferentes meios de transporte

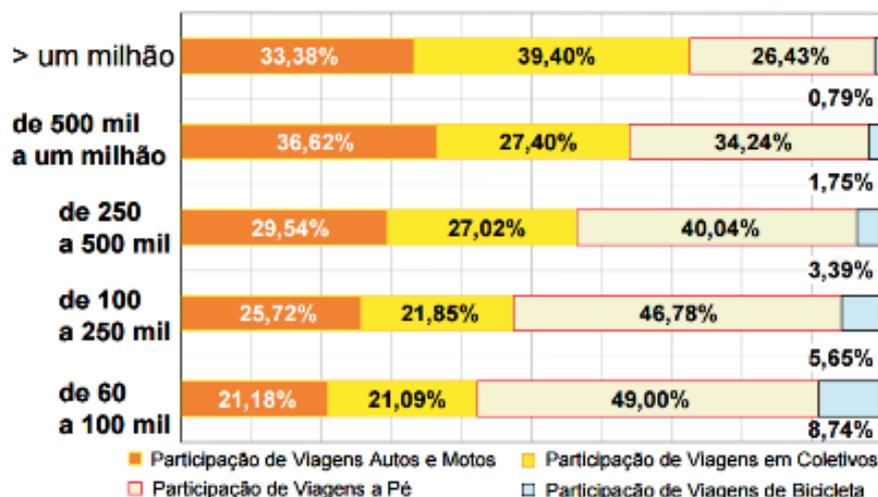


Fonte: Secretaria Nacional de Transporte e da Mobilidade Urbana [1]

As bicicletas, no entanto, possuem limitações. Bicicletas são relativamente lentas quando comparadas aos automóveis (a velocidade média de ciclistas em cidades situa-se entre 12 e 15km/h [1]) e seu uso exige esforço físico. Assim, o uso de bicicletas como alternativa de mobilidade geralmente é limitado a distâncias pequenas, em trajetos relativamente planos e livres de intempéries, e só pode ser escolhido por pessoas com condições físicas

para tal. Por essas razões, o uso de bicicletas como alternativa de mobilidade em grandes cidades brasileiras é bastante restrito, uma vez que em grandes cidades os trajetos casa-trabalho costumam ser mais longos. A Figura 2 ilustra isso, mostrando os meios de transporte mais usados em cidades de diversos tamanhos.

Figura 2 – Meio de transporte escolhido em cidades com diferentes números de habitantes.



Fonte: Secretaria Nacional de Transporte e da Mobilidade Urbana [1]

Uma maneira de superar algumas das limitações das bicicletas é com o uso de bicicletas elétricas. Tais bicicletas contêm baterias e um motor elétrico, que podem complementar ou substituir o pedalar humano. Dessa forma, é possível tornar mais confortável o uso de bicicletas, estendendo bastante a distância na qual o uso de bicicletas é prático, tornando a subida de ladeiras menos incômoda.

1.2. BICICLETAS ELÉTRICAS E SENSORES DE TORQUE

As bicicletas elétricas podem ser classificadas em duas categorias, de acordo com a maneira como o motor é controlado [2]: bicicletas *pedal assist* (“assistir o pedalar”), também denominadas *pedelecs* (de *Pedal Electric Cycle* – “bicicleta elétrica de pedalar”), são bicicletas em que o motor auxilia o ciclista, fornecendo torque apenas quando esse se encontra pedalando; e as bicicletas *power on demand* (“potência sob demanda”) possuem algum sistema de controle independente que permite ao ciclista acionar diretamente o motor (como por exemplo, um acelerador de punho similar ao usado em motocicletas).

Bicicletas *power on demand*, no entanto, têm restrições a seu uso em algumas jurisdições. No Brasil, a Resolução CONTRAN 465/2013 determina que, para não ser considerada um ciclomotor, uma bicicleta elétrica não pode dispor de mecanismos de variação manual de potência. Assim, bicicletas elétricas *power on demand* não poderiam utilizar ciclovias e ciclofaixas.

O controle de bicicletas *pedal assist* pode ser feito de diversas formas. A mais popular envolve o uso de sensores de giro [2], que detectam que a velocidade de giro dos pedais; quando se verifica que o ciclista está pedalando, o sistema de controle aciona o motor. O uso de um sensor que detecta a velocidade de giro, no entanto, não permite que se determine se o ciclista pretende acelerar, desacelerar ou manter sua velocidade constante.

Uma alternativa ao uso de sensores de giro é o uso de sensores de torque, que produzem uma experiência mais intuitiva [2]. Tais sensores detectam o torque aplicado pelo ciclista nos pedais, e utilizam os valores medidos para controlar o motor elétrico. Uma estratégia de controle possível é tentar multiplicar o torque aplicado pelo usuário por uma constante predeterminada com o uso do motor.

Sensores de torque são consideravelmente mais caros que sensores de giro, custando entre 200 e 300 dólares [2]. Esse custo elevado é resultado, em parte, do uso de extensômetros como sensores, que são dispositivos que exigem uma instrumentação muito mais cuidadosa do que a maioria dos sensores de giro.

1.3.OBJETIVOS

Tem-se por objetivo, nesse trabalho, o projeto, a confecção e a realização de testes de um sistema de medição de torque para bicicleta, com o uso de extensômetros elétricos resistivos. Os extensômetros serão instalados em um pedivela – peça de bicicletas que transfere a força aplicada pelo ciclista nos pedais à transmissão. Um pedivela é mostrado em destaque na Figura 3.

Figura 3 – Pedivela e coroa de bicicleta



Fonte: elaborada pelo autor

1.4. ESTRUTURA DA MONOGRAFIA

O Capítulo 1 dessa monografia apresentou a temática desse trabalho, expondo motivação, os objetivos e a estrutura do trabalho.

No Capítulo 2, será apresentada uma síntese da teoria envolvida no projeto de sistemas que utilizam extensômetros elétricos resistivos. Esse capítulo contém, primeiro, questões relacionadas à mecânica dos sólidos – propriedades mecânicas, térmicas e elétricas de materiais – e como utilizar tal teoria para prever o comportamento de extensômetros elétricos resistivos (Seções 2.1 a 2.6). O restante do Capítulo 2 (Seções 2.7 a 2.10) aborda o projeto de circuitos envolvendo extensômetros elétricos resistivos.

No Capítulo 3 serão apresentados o projeto e a execução do sistema de medição de torque. A Seção 3.1 contém uma visão geral dos elementos do projeto, e em seções posteriores o projeto e a execução desses elementos são detalhados. Como o projeto sofreu modificações durante sua execução conforme testes foram sendo realizados, três seções (3.5, 3.6 e 3.7) contém projetos e resultados preliminares, além de propostas de soluções que foram incorporadas no circuito final.

No Capítulo 4 serão mostrados os resultados e a metodologia de testes no último sistema montado, e tais resultados serão analisados. No Capítulo 5, por fim, serão realizadas as considerações finais.

2. EMBASAMENTO TEÓRICO

2.1.MEDIÇÕES DE TORQUE

Existem diversas maneiras de realizar medições de torques. Um exemplo simples é a aplicação de um torque controlado em um eixo, de modo a impedi-lo de acelerar – tal método pode ser utilizado, por exemplo, para encontrar o torque de rotor bloqueado de um motor de corrente contínua com facilidade, com o uso de uma mola de torção. Esse tipo de medição é denominado medição por torque de reação. Um exemplo simples de medição de torque de reação é apresentado na Figura 4.

Figura 4 – Chave que realiza medição de torque de reação



Fonte: Catálogo online Topeak™ [3]

No entanto, em muitos casos, esse tipo de medição não é ideal, uma vez que a aplicação de torque perturba o sistema a ser medido, e a realização de medições com grande resolução temporal é difícil, já que é necessário verificar a ausência de aceleração angular no eixo em cada medição. Métodos menos intrusivos de medir torque são necessários em muitos casos.

Para a realização de medições menos intrusivas, uma alternativa é realização de medições das tensões mecânicas em um corpo. Esse tipo de medição feito a partir da medição das deformações que tais tensões provocam. Com o conhecimento de tais tensões, pode ser possível deduzir qual o torque (ou força) está sendo aplicado sobre o corpo.

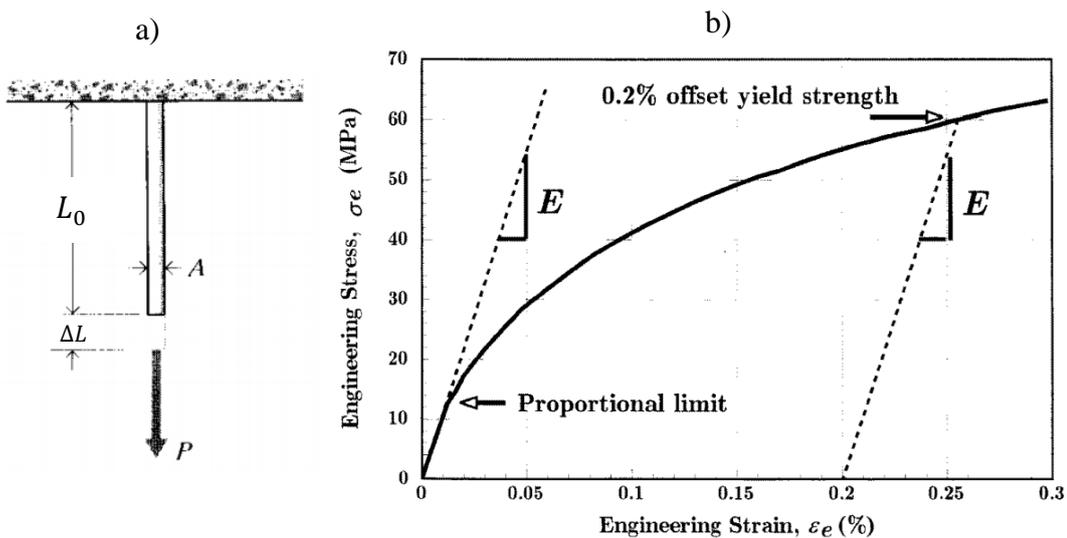
Medições de deformações em corpos são realizadas por dispositivos denominados extensômetros. Idealmente, tais dispositivos são anexados ao objeto de interesse e monitoram deformações sem realizar qualquer tipo de interferência mecânica. Para esse tipo de medição, o sensor mais comum utilizado é o extensômetro elétrico resistivo, que pode ser aplicado na superfície a ser medida com adesivo, e produz um sinal elétrico como saída.

2.2.A RELAÇÃO ENTRE TORQUE, TENSÃO E DEFORMAÇÃO

A relação entre a deformação em um corpo e suas tensões mecânicas é complexa, dependendo da geometria do corpo e do material que o compõe. Materiais que se deformam mais na presença de tensões são denominados flexíveis, e materiais que se deformam menos são denominados rígidos.

É possível obter curvas que relacionam tensões mecânicas e deformações com a realização de ensaios. Um exemplo está na Figura 5, que relaciona valores experimentais de deformação (ϵ_e , definido mais à frente a partir do comprimento inicial da barra L_0 e da deformação na mesma ΔL) a valores experimentais de tensão mecânica (σ_e , obtido ao dividir a o peso aplicado P pela área A da barra).

Figura 5 – Arranjo experimental para obtenção de uma relação tensão/deformação (a), acompanhado do gráfico da resposta obtida (b)



Fonte: Roylance [4]

Os valores de tensão de tração (extensão) são medidos em unidades de força por área e são denotados por σ ; já a deformação é medida por um valor adimensional que representa a taxa de deformação (ou deformação de Cauchy), definido como

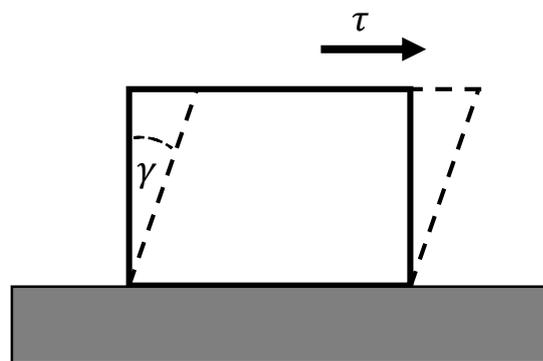
$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L_0}. \quad (2.1)$$

Muitos materiais apresentam, em regiões de baixa deformação (tanto por tração quanto por compressão), uma relação linear entre tensão mecânica e deformação [4]. Quando tal linearidade é verificada, diz-se que o material está em sua região linear. A constante que determina a relação entre as grandezas de tensão e deformação é denominada módulo de Young, sendo denotada por E e definida como:

$$E = \sigma/\varepsilon. \quad (2.2)$$

Além das tensões e deformações de tração e compressão (tensões e deformações normais), existem as tensões e deformações de cisalhamento, denotadas respectivamente por τ e γ . Na Figura 6, os efeitos de uma tensão de cisalhamento aplicada na face de um objeto com área A são mostrados.

Figura 6 – Ilustração de deformação (γ) provocada por tensão de cisalhamento (τ)



Fonte: elaborada pelo autor

Assim como no caso anterior, a relação entre tensão e deformação de cisalhamento para determinados materiais é dada por um valor denominado módulo de cisalhamento, que é denotado por G e é definido de maneira similar ao módulo de Young:

$$G = \tau/\gamma. \quad (2.3)$$

As tensões e deformações de cisalhamento ocorrem em combinações de eixos, sendo necessário especificar a direção da tensão aplicada e o eixo normal à superfície na qual a tensão é aplicada. Assim, para uma descrição completa das tensões de cisalhamento, são necessárias todas as seis combinações de eixos. Para as tensões normais, a direção normal à superfície de aplicação da tensão é a direção da tensão aplicada e, portanto, bastam 3 tensões normais para descrevê-las.

Vale ressaltar que certos materiais se comportam diferentemente quando são aplicadas tensões em diferentes direções; tais materiais são denominados anisotrópicos e requerem tratamento mais cuidadoso. Aqui serão apenas abordados materiais isotrópicos

Quando se dispõe do módulo de Young e o módulo de cisalhamento do material de um objeto, pode ser possível calcular como uma determinada região desse objeto se deformaria quando um torque é aplicado sobre o mesmo. Caso as deformações envolvidas sejam suficientemente pequenas, tal cálculo é simplificado pois é possível empregar a teoria dos pequenos deslocamentos, um método matemático que considera que a geometria da peça não se altera significativamente com a deformação ocorrida.

Combinando a teoria dos pequenos deslocamentos com a hipótese de que os módulos de cisalhamento e de Young permanecem constantes, obtém-se uma relação linear entre deformação e torque (ou força) aplicado na peça, o que facilita bastante a realização de cálculos e medições. O estudo de deformações, quando são empregadas as hipóteses mencionadas acima, é denominado elasticidade linear.

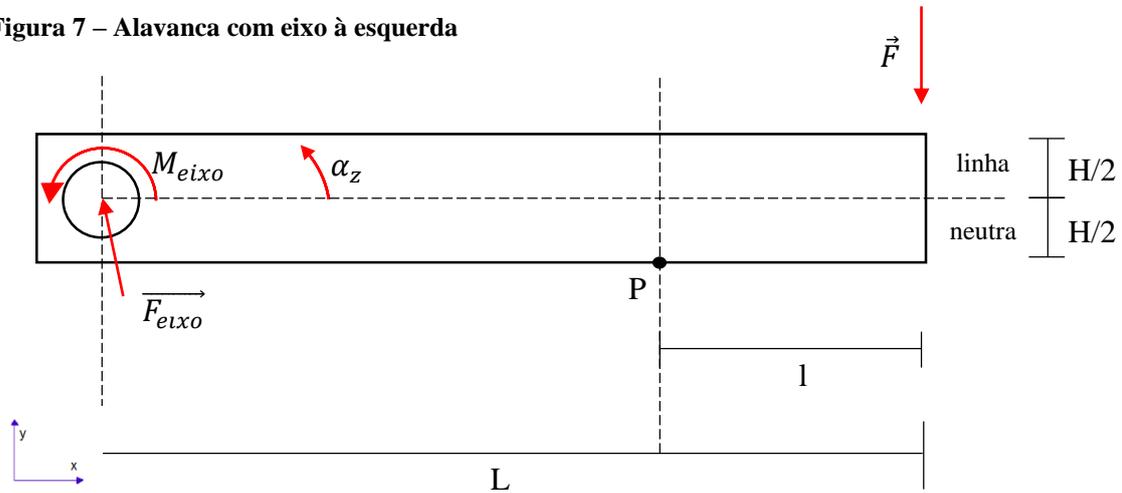
2.3.RELAÇÃO ENTRE TORQUE E DEFORMAÇÃO EM ALAVANCA

Apresenta-se aqui a relação entre uma força aplicada em uma alavanca, mostrada na Figura 7, e a deformação que ocorre ao longo de sua superfície quando são usados os métodos e suposições da elasticidade linear. Será considerada uma alavanca de comprimento L , com um eixo em uma de suas extremidades. A alavanca possui secção transversal retangular com dimensões constantes ao longo de seu comprimento, com base e alturas medindo W e H , respectivamente, conforme mostrado na Figura 8.

Na extremidade acoplada ao eixo, a alavanca recebe desse um torque (M_{eixo}) e a uma força (\vec{F}_{eixo}), e na outra extremidade apenas uma força (\vec{F}), conforme ilustra a Figura 7. É ainda destacado um ponto P , que encontra-se a uma distância l da extremidade onde é

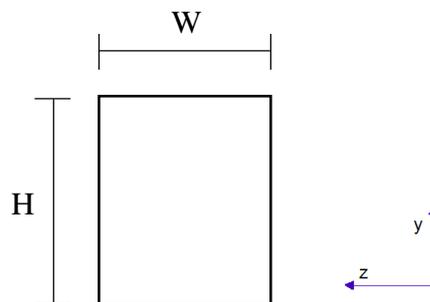
aplicada \vec{F} . É para esse ponto que a deformação será determinada. Uma superfície normal ao eixo y que divide a alavanca ao meio é denominada a linha neutra.

Figura 7 – Alavanca com eixo à esquerda



Fonte: elaborada pelo autor

Figura 8 – Secção transversal da alavanca



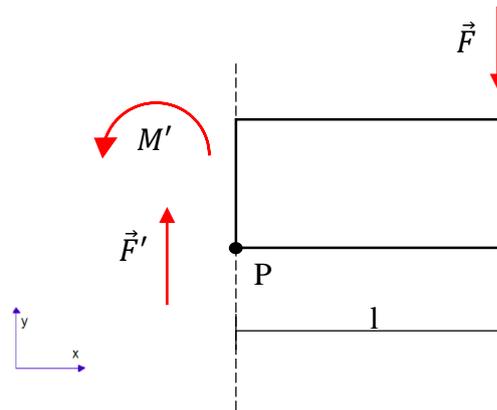
Fonte: Elaborada pelo autor

Será suposto ainda que a variação de momento linear e momento angular na alavanca são próximos de zero, o que significa que a soma dos torques e forças aplicados nas extremidades da alavanca se anularão. Tal hipótese se verifica se a inércia da alavanca for desprezível em relação à inércia do restante do sistema – hipótese que em geral se verifica em objetos usados para transferir forças, como alavancas.

A alavanca sofrerá tanto cisalhamento quanto compressão/tração. Deseja-se encontrar a deformação da alavanca no ponto P, que se encontra na superfície inferior da alavanca. Para avaliar as tensões mecânicas envolvidas, a alavanca será dividida em duas, por um plano perpendicular ao eixo x que passa pelo ponto P, conforme a Figura 9. M' e \vec{F}' são

forças estáticas, resultado da soma das tensões na superfície que separa a parte escolhida do restante da alavanca e, de acordo com as hipóteses anteriores, irão se equilibrar com \vec{F} .

Figura 9 – Análise das forças estáticas em parte da alavanca



Fonte: elaborada pelo autor

O equilíbrio entre M' , \vec{F}' e \vec{F} é descrito pelas seguintes equações:

$$\vec{F}' = -\vec{F}; \quad (2.4)$$

$$M' = |\vec{F}| \cdot l. \quad (2.5)$$

\vec{F}' é produzido por uma tensão de cisalhamento constante ao longo da superfície que separa as partes da alavanca, conforme ilustrado na Figura 10.

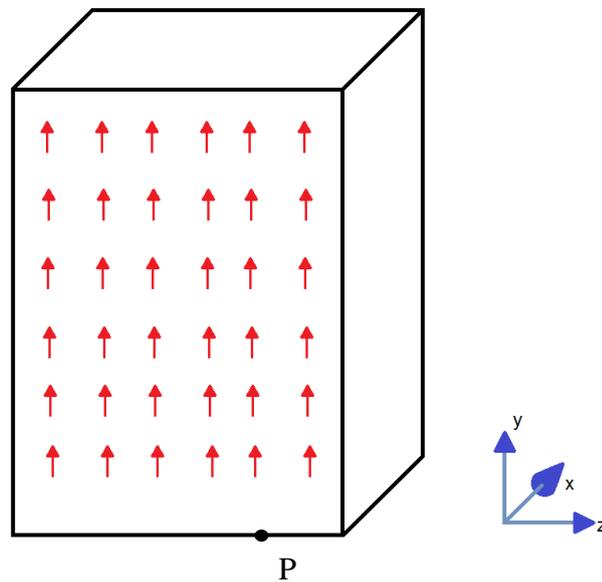
É possível calcular essa tensão simplesmente dividindo $|\vec{F}'|$ pela área da secção:

$$\tau = \frac{|\vec{F}'|}{WH}.$$

A deformação de cisalhamento, por sua vez, pode ser obtida pela utilização do módulo de cisalhamento:

$$\gamma = \frac{\tau}{G_{material\ da\ alavanca}}.$$

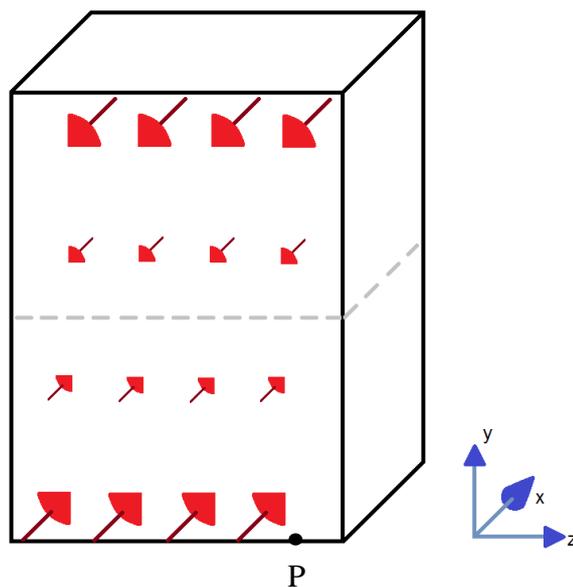
Figura 10 – Tensões de cisalhamento em secção transversal da alavanca



Fonte: elaborada pelo autor

Já M' é produzido por tensões normais, que apresentam relação linear com a distância em relação à linha neutra, conforme ilustrado na Figura 11.

Figura 11 – Tração (acima) e compressão (abaixo) em secção da alavanca. O plano pontilhado ilustra a linha neutra



Fonte: elaborada pelo autor

Tal relação linear pode ser descrita por

$$\sigma(y) = k(y - y_{\text{linha neutra}}) \quad (2.6)$$

onde k é uma constante de proporcionalidade a ser determinada. Ao combinar as equações (2.5) e (2.6), é possível determinar o valor de k e obter a tensão mecânica em função do valor de y :

$$\int_{-W/2}^{W/2} \int_{-H/2}^{H/2} (y - y_{\text{linha neutra}}) \cdot \sigma(y) \, dy \, dx = M' = |\vec{F}| \cdot l,$$

$$\sigma(y) = \frac{12 \cdot |\vec{F}| \cdot l}{WH^3} \cdot (y - y_{\text{linha neutra}}). \quad (2.7)$$

Uma vez que o ponto P está a uma distância de $H/2$ (ver Figura 8) da linha neutra, tem-se que a tensão no ponto P é:

$$|\sigma_P| = \frac{6 \cdot |\vec{F}| \cdot l}{WH^2}. \quad (2.8)$$

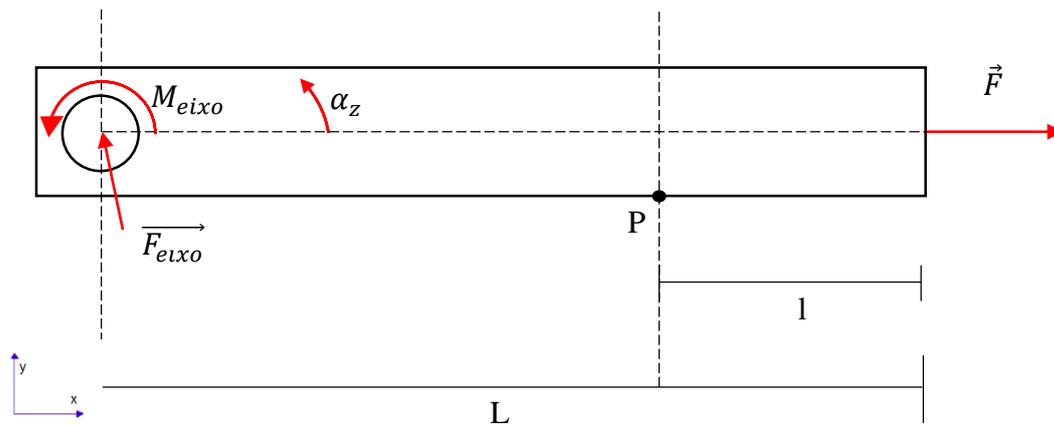
Para que se obtenha a deformação, basta dividir tal expressão pelo módulo de Young do material, o que resulta em:

$$|\varepsilon_P| = \frac{6 \cdot |\vec{F}| \cdot l}{WH^2 \cdot E_{\text{material da alavanca}}}. \quad (2.9)$$

2.4.RELAÇÃO ENTRE FORÇA AXIAL E DEFORMAÇÃO EM ALAVANCA

É interessante, para o caso da alavanca descrita no item anterior, calcular ainda a deformação caso uma força axial seja aplicada na alavanca, uma vez que tal deformação pode ser confundida por deformações causadas por torques. A Figura 12 ilustra a mesma alavanca da Figura 8, porém agora sob uma força axial.

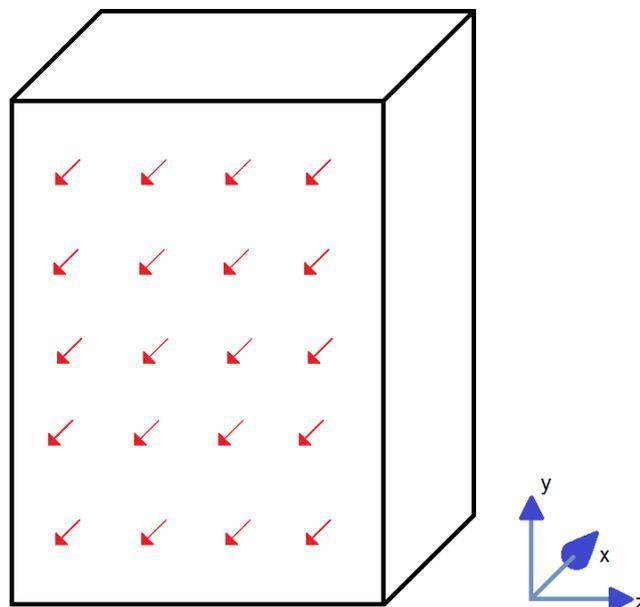
Figura 12 – Alavanca sofrendo aplicação de força axial



Fonte: elaborada pelo autor

Neste caso, o cálculo é consideravelmente mais simples: a tensão à qual a alavanca será submetida é constante ao longo de sua secção, conforme mostrado na Figura 13.

Figura 13 – Tensão provocada por tração em secção da alavanca



Fonte: elaborada pelo autor

O valor da tensão mecânica pode ser encontrado simplesmente ao dividir a força pela área da secção:

$$\sigma = \frac{|\vec{F}|}{WH}.$$

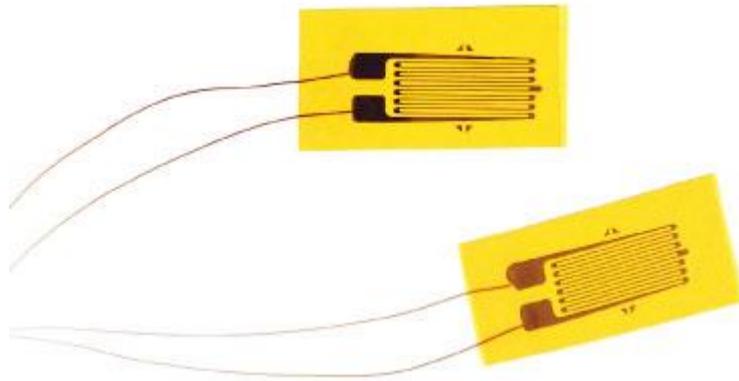
Assim, basta dividir o valor anterior pelo módulo de Young do material da alavanca para encontrar a deformação:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E_{\text{material da alavanca}}}. \quad (2.10)$$

2.5.EXTENSÔMETROS ELÉTRICOS RESISTIVOS

Os extensômetros (*strain gauges* ou *strain gages*) são dispositivos usados para medir deformações em corpos. Desenvolvidos na segunda metade da década de 1930, o tipo de extensômetro mais comum hoje em dia é o extensômetro elétrico resistivo, mostrado na Figura 14, que em sua forma mais comum consiste em uma fina trilha metálica depositada em um filme, que é colado na superfície cuja deformação deseja ser medida [5].

Figura 14 – Extensômetros elétricos resistivos



Fonte: manual técnico Omega® [6]

O princípio de funcionamento dos extensômetros elétricos resistivos, como o nome sugere, baseia-se na mudança de sua resistência elétrica: quando a superfície do objeto sofre uma deformação, o extensômetro também é deformado da mesma forma. Tal deformação provoca uma mudança na resistência elétrica do extensômetro, que pode ser medida.

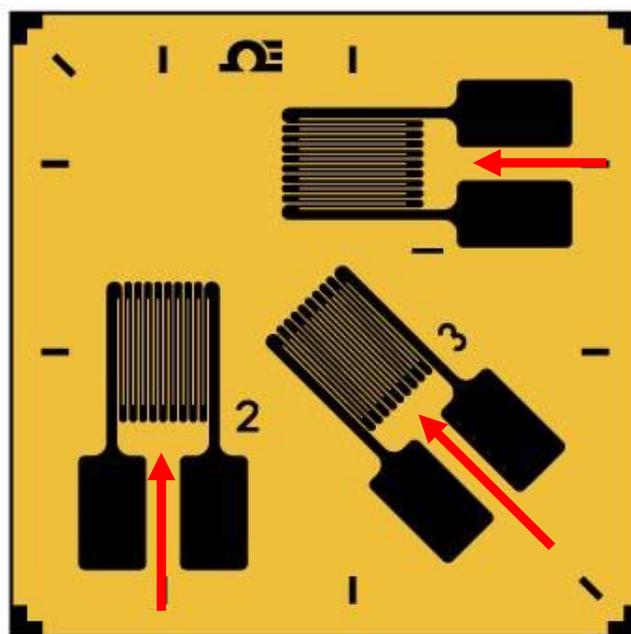
A relação entre deformação e mudança proporcional de resistência elétrica do extensômetro (ambos valores escalares) é em geral aproximadamente linear, e o fator que relaciona tais grandezas é denominado sensibilidade ou *gage factor*, sendo denotado por S_g . A sensibilidade de um extensômetro é definida precisamente como

$$S_g = \frac{\partial R/R_0}{\partial \varepsilon}. \quad (2.11)$$

Na equação (2.11), um valor positivo de $\partial \varepsilon$ indica uma extensão. Dessa forma, um valor positivo de S_g significa que o extensômetro tem sua resistência elétrica aumentada quando esticado. A sensibilidade em geral é medida logo após a confecção de um lote de extensômetros e fornecida ao usuário final.

A maioria dos extensômetro elétricos tem por objetivo medir deformações apenas em uma direção, denominada eixo principal. Nesse caso, deformações em outros eixos deveriam não produzir qualquer mudança na resistência do sensor. Essa direcionalidade na ação do extensômetro é obtida através da disposição da trilha, que durante a maior parte do percurso está orientada paralelamente ao eixo principal. Dessa forma, uma deformação ao longo do eixo principal provoca uma maior deformação na trilha. A Figura 15 mostra três trilhas de extensômetros e seus respectivos eixos principais.

Figura 15 – Extensômetros em arranjo roseta com seus respectivos eixos principais indicados em vermelho.



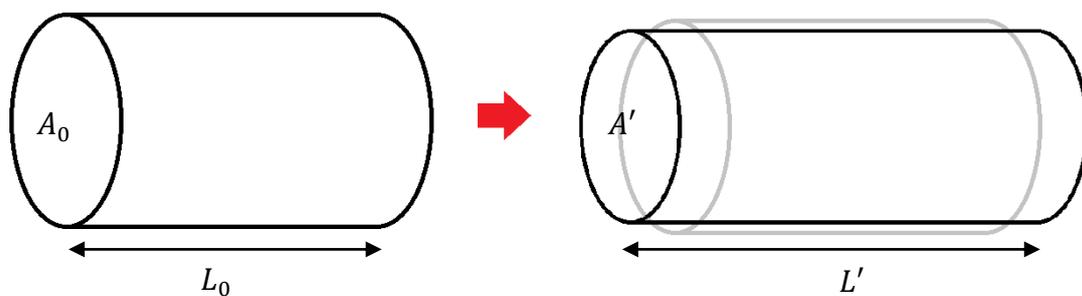
Fonte: catálogo online Omega® [7]; modificado pelo autor

Pode ainda definir a sensibilidade do extensômetro em eixos que não sejam os principais. Tais sensibilidades em geral são pequenas, não ultrapassando 10% da sensibilidade do eixo principal [8].

A mudança na resistência de um extensômetro elétrico resistivo quando este é deformado é causada principalmente por mudanças na geometria da trilha, que fica mais longa e mais fina, e pelo efeito piezoresistivo, que será descrito mais à frente [5].

A Figura 16 ilustra deformações na trilha do extensômetro quando esse é esticado. A área da secção da trilha do mesmo (A_0 antes e A' depois), em geral, é reduzida, enquanto o comprimento da trilha é aumentado (L_0 antes e L' depois).

Figura 16 – Ilustração da deformação causada por tração em condutor com secção circular



Fonte: elaborada pelo autor

No caso da trilha ilustrada na Figura 16, a resistência (R) entre as extremidades é dada por

$$R = \rho \cdot \frac{L}{A} \quad (2.12)$$

onde ρ é a resistividade do material da trilha.

Para o caso em que o volume da trilha (V) e a resistividade do material permaneçam constantes antes e após a deformação, é possível deduzir um valor de sensibilidade de 2 para pequenas deformações a partir da equação (2.12). Isso é feito relacionando L_0 e L' a partir da deformação ε com o uso da equação (2.1), resultando em

$$\begin{aligned} L' &= L_0 + \Delta L \Rightarrow \\ L' &= L_0 \cdot (1 + \varepsilon). \end{aligned} \quad (2.13)$$

Agora é possível deduzir o novo valor de resistência da trilha (R') em função da deformação da trilha e da resistência inicial (R_0):

$$R_0 = \rho \cdot \frac{L_0}{A_0}, \quad (2.14)$$

$$R' = \rho \cdot \frac{L'}{A'}, \quad (2.15)$$

$$V = L_0 A_0 = L' A' \Rightarrow$$

$$A' = \frac{L_0}{L'} A_0. \quad (2.16)$$

Substituindo agora (2.13), (2.16) e (2.14) (nessa ordem) em (2.15), tem-se que

$$R' = \rho \cdot \frac{L_0(1 + \varepsilon)}{\frac{A_0}{(1 + \varepsilon)}} = R \cdot (1 + \varepsilon)^2 = R \cdot (1 + 2\varepsilon + \varepsilon^2),$$

$$S_g = \frac{\partial R/R_0}{\partial \varepsilon} = 2 + 2\varepsilon.$$

Por fim, uma vez que se supôs que a deformação é pequena, tem-se que

$$S_g = 2 + 2\varepsilon \approx 2.$$

Caso o volume da trilha não permaneça constante, outros valores podem ser obtidos, dependendo da relação entre as deformações dos eixos. A relação entre as deformações e os eixos é dada pelo coeficiente de Poisson do material.

O fenômeno da piezoresistividade, por sua vez, é a mudança na resistividade de um material quando esse é submetido a tensões mecânicas. Tal efeito é de grande importância em alguns extensômetros com maior sensibilidade, e é devido à piezoresistividade que certos extensômetros possuem valores negativos de sensibilidade.

Os valores de deformação nos quais extensômetros elétricos resistivos costumam operar são, em geral, bastante pequenos, sendo frequentemente medidos em partes por milhão ($10^{-6} \cdot m/m$) e dificilmente ultrapassando $3000 \mu m/m$ [5].

2.6.EFEITOS TÉRMICOS

A variação de temperatura pode provocar, de diversas formas, mudanças na resistência de extensômetros elétricos resistivos, o que pode comprometer as leituras. É necessário,

portanto, conhecimento a respeito das causas de tais variações para que elas possam ser devidamente identificadas e corrigidas.

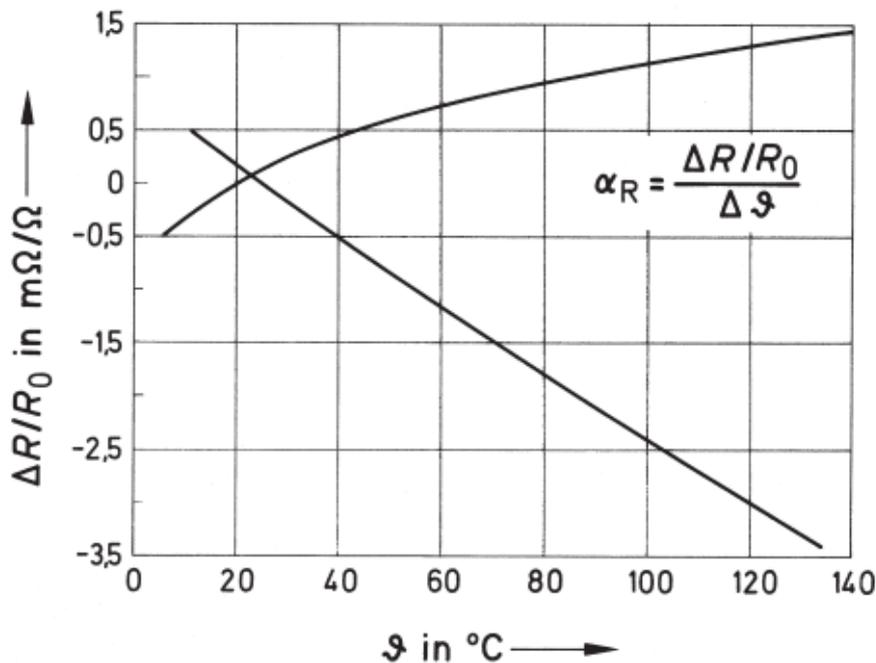
Um dos principais efeitos é a dilatação térmica da peça cuja deformação será medida. Tal dilatação provoca uma deformação que é medida pelo extensômetro apesar de não corresponder a uma tensão mecânica. A magnitude desse efeito é dada pelo coeficiente de expansão térmica linear do material da peça, definido por:

$$\alpha_L = \frac{1}{L} \cdot \frac{\partial L}{\partial T},$$

onde T é a temperatura do material.

Outra forma na qual efeitos térmicos podem se manifestar é alterando a geometria ou a resistividade da trilha do extensômetro. Estes dois efeitos dependem principalmente do material do qual a trilha do extensômetro é feita, e em geral são expressos de forma combinada, em um gráfico de resposta térmica como o da Figura 17, que mostra a variação na resistência do extensômetro ($\Delta R/R$) quando se altera a temperatura (ϑ).

Figura 17 – Duas curvas possíveis de resposta térmica de extensômetros



Fonte: Hoffman [5]

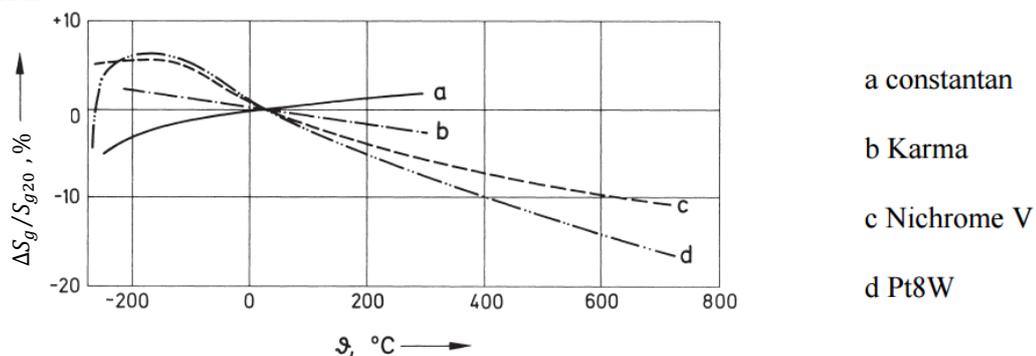
Com a adição de materiais à liga que compõe a trilha do extensômetro, ou ainda através de tratamento térmico, é possível modificar a resposta térmica do mesmo, podendo até

ser possível corrigir os efeitos da dilatação térmica da peça sobre a qual o extensômetro é montado. Para tanto, é necessário conhecer o material que compõe a peça de antemão, para que se possa determinar seu coeficiente de expansão térmica, e então escolher um extensômetro com compensação térmica para aquele material (ou para um material com o mesmo coeficiente de expansão térmica).

Caso não seja possível ou desejável usar extensômetros com compensação térmica, outra alternativa é o uso de arranjos com mais de um extensômetro, de modo que as variações térmicas em um deles sejam compensadas pelo outro. Para tanto, é comum arranjar os sensores em um circuito de ponte de Wheatstone. O circuito da ponte de Wheatstone aplicado a extensômetros elétricos resistivos será analisado nas Seções 2.7, 2.8 e 2.9.

As mudanças de temperatura provocam ainda a variação da sensibilidade do extensômetro. Nesse caso, a correção do erro não é trivial. A Figura 18 mostra um gráfico que contém a variação na sensibilidade de extensômetros (denominada ΔS_g) em relação à sensibilidade a 20 graus Celsius (S_{g20}) a diversas temperaturas (expressas por ϑ) para diferentes materiais da trilha do extensômetro.

Figura 18 – Variação térmica da sensibilidade de extensômetros com trilhas de diferentes materiais

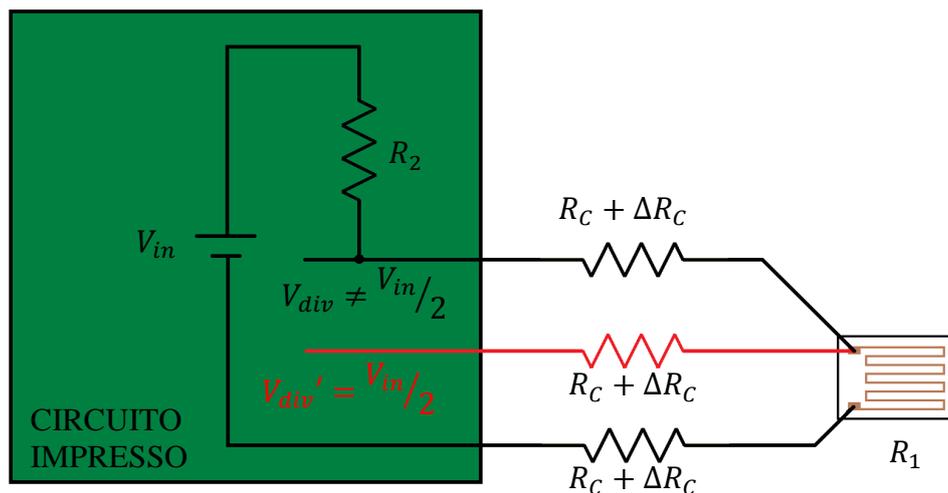


Fonte: Hoffman [5], modificada pelo autor

Deve-se ainda levar em consideração os efeitos que a mudança de temperatura provoca nas resistências dos fios que levam até os extensômetros. A variação das resistências dos condutores pode produzir um efeito de magnitude considerável, que poderia ser confundido com os efeitos de uma deformação em um dos extensômetros. A Figura 19 ilustra isso para o caso simples de um divisor de tensão equilibrado, no qual V_{in} é a tensão de alimentação, R_1 é a resistência do extensômetro, R_2 é uma resistência que participa do divisor de tensão e tem o mesmo valor que R_1 , e R_C é a resistência de cada um dos

condutores que conectam o circuito ao extensômetro. O efeito de variação de temperatura nos condutores foi expresso como ΔR_C , e o valor do divisor de tensão foi expresso como V_{div} .

Figura 19 - Divisor de tensão envolvendo o extensômetro no qual as resistências dos condutores que levam até o extensômetro são consideradas



Fonte: elaborada pelo autor

A tensão do circuito divisor de tensão, caso a resistência dos condutores fosse desconsiderada, seria $V_{in}/2$. No entanto, a resistência dos condutores participa do divisor de tensão, o que provoca um aumento constante em V_{div} , (causado por R_C e facilmente corrigível) e torna V_{div} sensível a variações de temperatura, uma vez que ΔR_C também participa do circuito.

Para reduzir o efeito da variação térmica da resistência dos condutores, é possível utilizar condutores especializados, que apresentam baixos valores de ΔR_C na faixa de temperatura considerada, ou é possível ainda fazer uso de um condutor adicional para a realização de leituras do divisor de tensão, conforme mostrado em vermelho na Figura 19. Nesse caso, a tensão lida (V_{div}') sofrerá menos efeitos da resistência dos condutores ($R_C + \Delta R_C$), pois tal resistência aparecerá em ambos os lados do divisor de tensão (para isso, é necessário que os condutores que alimentam o extensômetro sejam idênticos).

Por fim, é importante notar que para todas as formas de compensação térmica descritas nessa seção, supõe-se que diferentes partes do sistema estejam na mesma temperatura:

- para a compensação térmica da dilatação do material da peça através da resposta térmica do extensômetro, supõe-se que a peça e o extensômetro estejam na mesma temperatura;
- para a compensação térmica com o uso de mais de um extensômetro em uma ponte de Wheatstone, supõe-se que ambos os extensômetros encontrem-se na mesma temperatura;
- para a compensação térmica da variação na resistência do condutor que alimenta o extensômetro, supõe-se que os condutores que levam até os terminais do extensômetro encontrem-se na mesma temperatura.

Na maioria dos casos, as hipóteses listadas acima são adequadas. No entanto, deve-se considerar que a passagem de corrente pelo extensômetro provoca aquecimento ôhmico, que pode promover uma diferença de temperatura entre o extensômetro e a peça na qual ele foi montado.

2.7. INSTRUMENTAÇÃO PARA EXTENSÔMETROS ELÉTRICOS RESISTIVOS

Extensômetros elétricos resistivos, em geral, produzem sinais muito pequenos. Isso pode ser verificado ao levar em consideração valores típicos de sensibilidade (próximos de 2) e de deformação (em geral, algumas centenas de partes por milhão), que resultam em pequenas variações na resistência dos mesmos, frequentemente medidas em partes por milhão. Além disso, extensômetros não podem ser submetidos a tensões arbitrariamente altas por causa de possíveis efeitos do aquecimento ôhmico, de modo que nem sempre é possível simplesmente aumentar a tensão para que se obtenha um sinal maior.

O circuito mais comum para medição com extensômetros é a ponte de Wheatstone, ilustrado na Figura 20. Tal circuito é alimentado por uma tensão V_{in} , e possui como saída a diferença dos valores de dois divisores de tensão (V_O). A ponte tem por objetivo produzir um sinal de saída quando uma de suas resistências (R_1 , R_2 , R_3 e R_4) sofrer alterações; caso deseje-se medir deformações, um ou mais extensômetros são introduzidos no lugar de R_1 , R_2 , R_3 e/ou R_4 .

Quando se usa uma ponte de Wheatstone com extensômetros, os divisores de tensão são aproximadamente simétricos, dividindo a tensão de alimentação por 2 [5]. Dessa forma, tem-se que

$$R_1 \approx R_2 ,$$

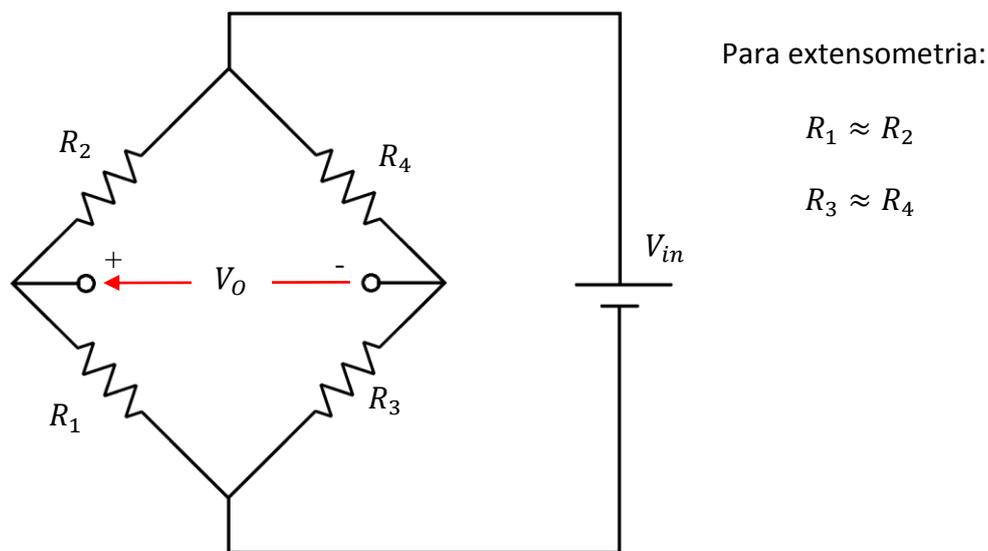
$$R_3 \approx R_4 ,$$

$$V_O \approx 0 .$$

A saída da ponte é um valor de tensão, que é lido por um amplificador diferencial. É comum a utilização de amplificadores de instrumentação para tal propósito. Quando o valor de saída da ponte é zero ($V_O = 0$), diz-se que a ponte está em equilíbrio.

Em geral utilizam-se um, dois ou quatro extensômetros, em arranjos denominados “quarto de ponte”, “meia ponte” e “ponte completa”, respectivamente [9]. O uso de arranjos com mais de uma ponte permite realizar compensação térmica, além de poder produzir um sinal de saída maior.

Figura 20 – Ponte de Wheatstone



Fonte: elaborada pelo autor

2.8. COMPARAÇÃO DE ARRANJOS QUARTO DE PONTE, MEIA PONTE E PONTE COMPLETA

Serão agora comparados três arranjos distintos de extensômetros em pontes de Wheatstone. Será suposto que as resistências R_1 , R_2 , R_3 e R_4 possuem valores aproximadamente iguais. As resistências denominadas R_C (acompanhadas do índice do condutor) são as resistências dos condutores que levam até extensômetros, tendo valores relativamente pequenos. Os valores denominados ΔR_C (acompanhados do índice do condutor) representam variações nas resistências dos condutores que levam até os

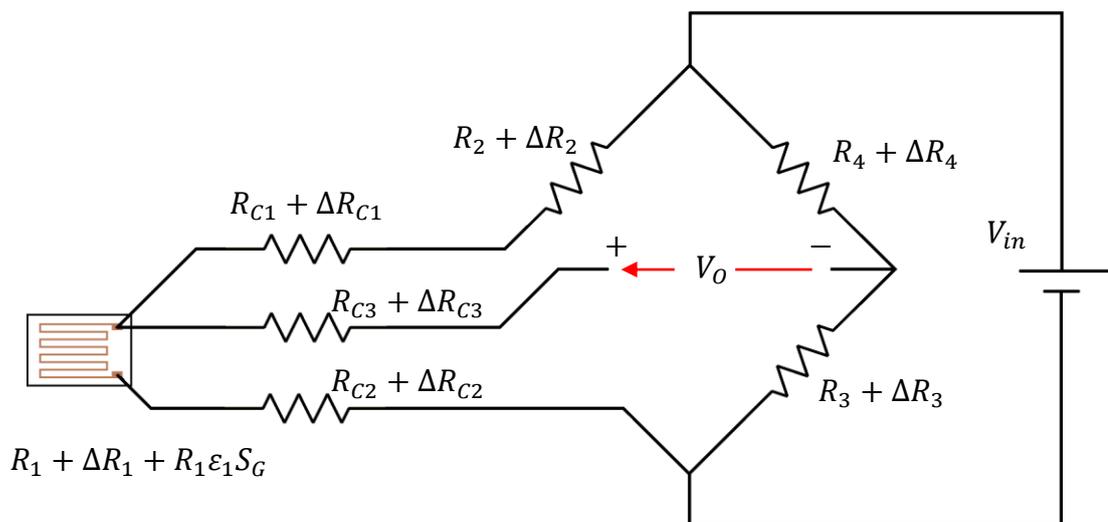
extensômetros. Já os valores denominados ΔR (acompanhados de índices relativos à resistência em questão) representam variações nas resistências R_1 , R_2 , R_3 ou R_4 causadas por efeitos térmicos – caso a resistência em questão seja um extensômetro, esse termo inclui a resposta térmica do extensômetro e os efeitos de dilatação térmica sofrida pela peça sobre a qual o extensômetro foi colocado (tais efeitos foram discutidos na Seção 2.6).

Para todos os circuitos mostrados nessa seção pressupõe-se que a corrente que entra ou sai de V_+ ou V_- é muito pequena. Tal consideração costuma ser razoável, uma vez que tais sinais são conectados às entradas de um amplificador com alta impedância.

2.8.1. O ARRANJO QUARTO DE PONTE

A Figura 21 mostra o circuito da ponte de Wheatstone com um extensômetro, em um arranjo quarto de ponte.

Figura 21 - Arranjo quarto de ponte



Fonte: elaborada pelo autor

A relação entre a tensão de saída ($V_O = V_+ - V_-$) e a deformação do extensômetro (desconsiderando efeitos térmicos) é dada por [5]:

$$\frac{\partial V_O}{\partial \varepsilon_1} = \frac{V_{in} \cdot S_G}{4}. \quad (2.17)$$

O circuito de quarto de ponte apresentado na Figura 21 faz uso de três condutores para alcançar o extensômetro, conforme discutido na Seção 2.6. Caso esses condutores

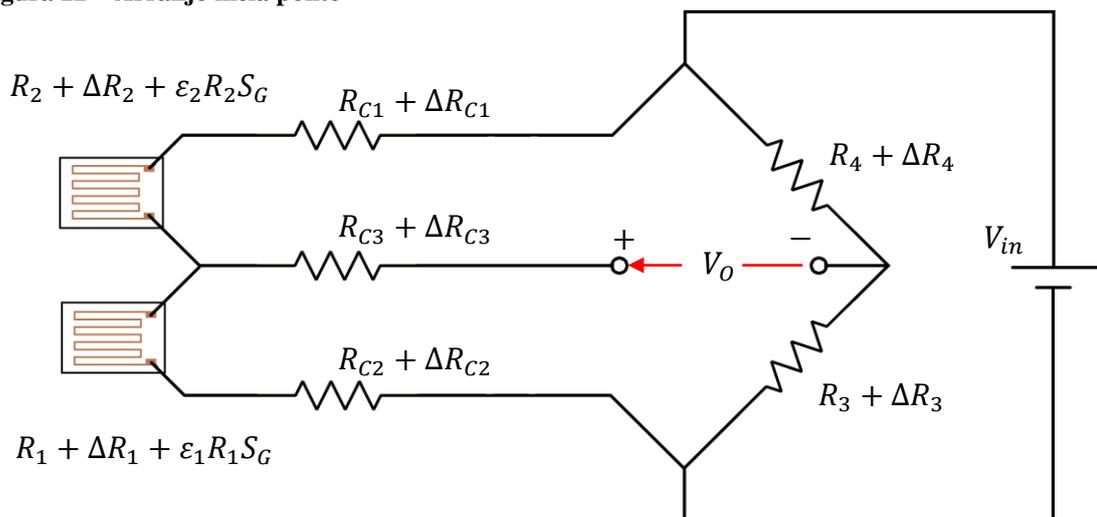
encontrem-se à mesma temperatura, ΔR_{C1} e ΔR_{C2} serão iguais, o que significa que a variação de temperatura nos condutores não terá efeitos significativos sobre o sinal de saída.

Os efeitos de ΔR_3 e ΔR_4 irão se anular caso os resistores R_3 e R_4 sejam similares e se encontrem à mesma temperatura, e os efeitos de ΔR_2 podem ser minimizados caso o resistor R_2 seja relativamente insensível a variações térmicas. No entanto, ΔR_1 provocará mudanças indesejadas em V_O . Para lidar com isso, é necessário o uso de um extensômetro com compensação térmica para o material da peça sobre a qual o extensômetro foi montado, de modo a minimizar ΔR_1 .

2.8.2. O ARRANJO MEIA PONTE

A Figura 22 ilustra o arranjo de meia-ponte, com o uso de dois extensômetros.

Figura 22 – Arranjo meia ponte



Fonte: elaborada pelo autor

No arranjo de meia ponte, uma variação no extensômetro R_2 provoca um efeito oposto ao de uma variação no extensômetro R_1 [5]:

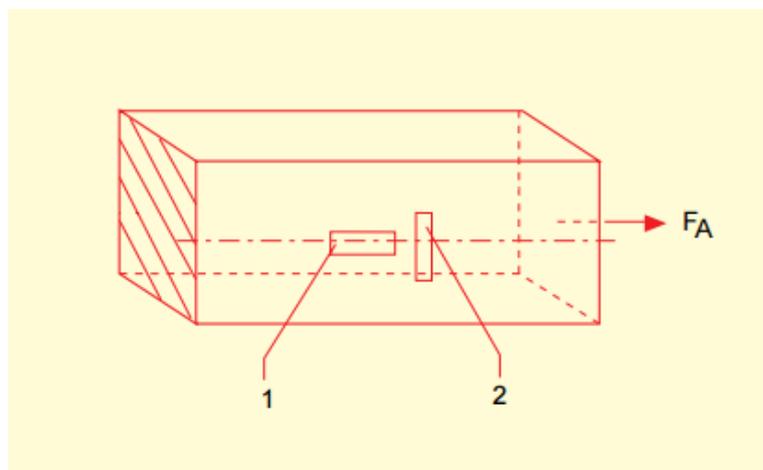
$$\frac{\partial V_O}{\partial \varepsilon_1} = + \frac{V_{in} \cdot S_G}{4},$$

$$\frac{\partial V_O}{\partial \varepsilon_2} = - \frac{V_{in} \cdot S_G}{4}.$$

Dessa forma, caso os extensômetros encontrem-se na mesma temperatura, ΔR_1 e ΔR_2 terão o mesmo valor e seus efeitos em V_o se anularão, tornando as medições relativamente robustas a variações térmicas.

A relação entre ε_1 e ε_2 dependerá da disposição dos extensômetros. É comum que se alinhe um dos extensômetros no eixo em que se deseja realizar a medição enquanto o outro é colocado de forma a não sofrer qualquer deformação, apenas para que se obtenha compensação dos efeitos térmicos. Tal arranjo é ilustrado na Figura 23.

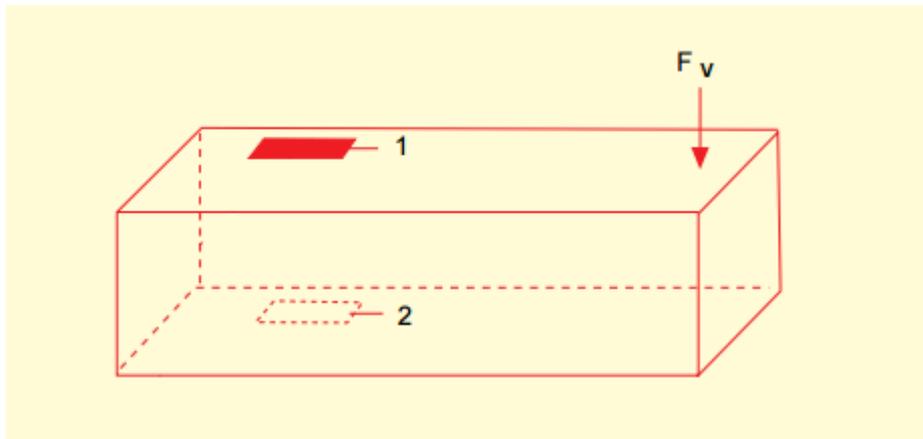
Figura 23 – Compensação térmica em meia ponte



Fonte: OMEGA® [10]; modificada pelo autor

Outra possibilidade, no entanto, é posicionar os extensômetros de modo que a deformação sofrida por um seja contrária à sofrida pelo outro quando ocorre o fenômeno que se deseja medir. Um exemplo é a aplicação de força em braço de alavanca para transmissão de torque, que faz com que um dos lados da alavanca seja comprimido enquanto o outro lado é tracionado (conforme mostrado na Figura 11). Tal arranjo é mostrado na Figura 24.

Figura 24 – Medição de torque em braço de alavanca



Fonte: OMEGA® [10], modificada pelo autor

Caso a alavanca seja simétrica, como no caso da Figura 24, tem-se que

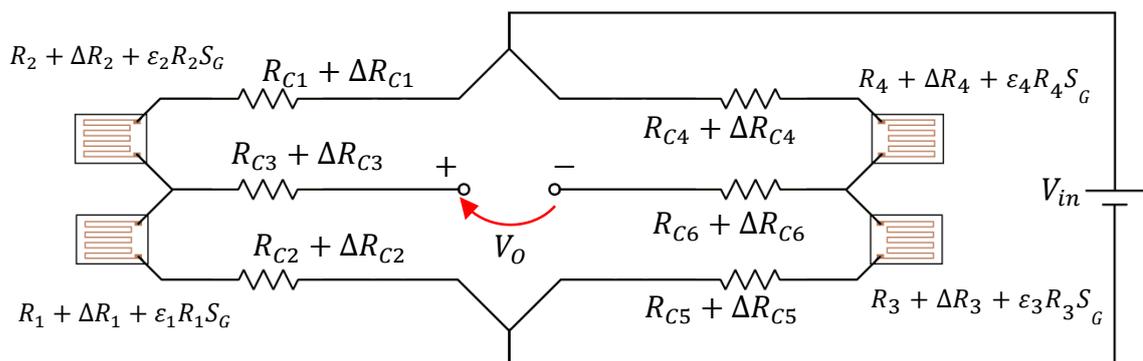
$$\varepsilon = \varepsilon_1 = -\varepsilon_2,$$

$$\frac{\partial V_O}{\partial \varepsilon} = \frac{V_{in} \cdot S_G}{2}. \quad (2.18)$$

2.8.3. O ARRANJO PONTE COMPLETA

A figura 25 ilustra o arranjo de ponte completa, com a utilização de quatro extensômetros.

Figura 25 – Arranjo de ponte completa



Fonte: elaborada pelo autor

O arranjo em ponte completa não apresenta diferenças conceituais muito significativas em relação ao arranjo de meia ponte:

$$\frac{\partial V_O}{\partial \varepsilon_1} = + \frac{V_{in} \cdot S_G}{4},$$

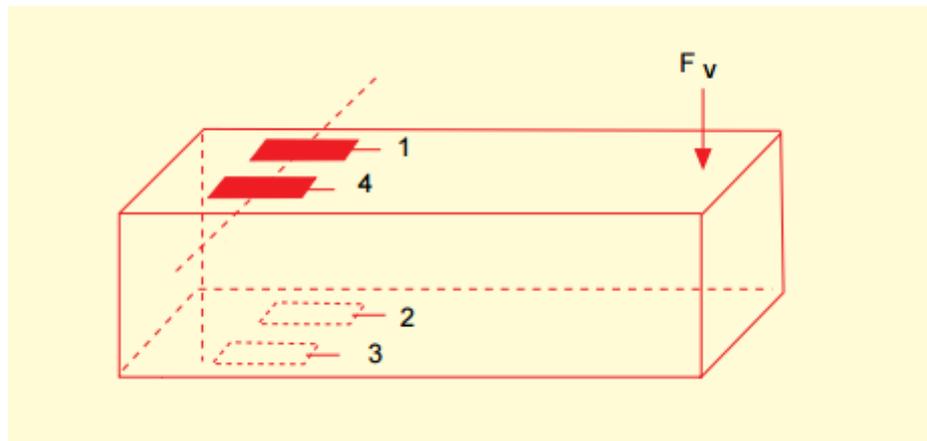
$$\frac{\partial V_O}{\partial \varepsilon_2} = - \frac{V_{in} \cdot S_G}{4},$$

$$\frac{\partial V_O}{\partial \varepsilon_3} = - \frac{V_{in} \cdot S_G}{4},$$

$$\frac{\partial V_O}{\partial \varepsilon_4} = + \frac{V_{in} \cdot S_G}{4}.$$

O uso da ponte completa em detrimento da meia-ponte pode ser feito como forma de dobrar o sinal de saída, ou para realizar a compensação de certos efeitos como, por exemplo, uma diferença de temperatura entre as faces da alavanca mostrada na Figura 24. Nesse caso, tal diferença pode ser compensada com o uso do arranjo mostrado na Figura 26.

Figura 26 – Compensação térmica em ponte completa



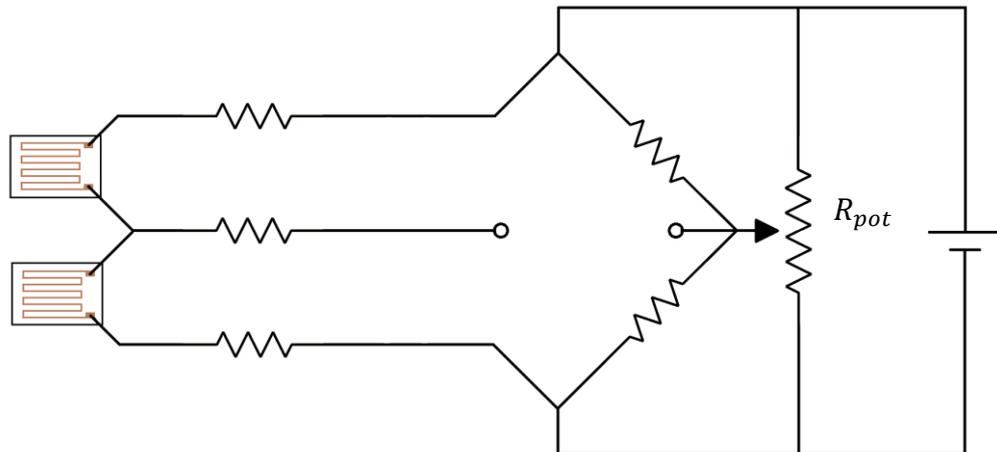
Fonte: OMEGA® [10], modificada pelo autor

2.9.REMOÇÃO DE ERRO DE PONTO ZERO

Na prática, nunca serão obtidos valores de resistência perfeitamente iguais para os elementos da ponte de Wheatstone. Essas imperfeições, que são quantificadas pela tolerância dos componentes escolhidos, provocam o aparecimento de uma componente DC na saída da ponte. Tal componente representa um erro de medição que pode ser interpretado como uma deformação sempre presente. Esse erro é frequentemente denominado erro de ponto zero ou erro de *offset*.

Por se manter relativamente constante, o erro de ponto zero pode ser facilmente compensado com o uso de um potenciômetro de calibração, que é manipulado até que o valor de saída da ponte chegue a zero. O uso de um potenciômetro de calibração do ponto zero (com resistência R_{pot}) é mostrado na Figura 27.

Figura 27 – Ponte de Wheatstone com potenciômetro para ajuste do ponto zero



Fonte: elaborada pelo autor

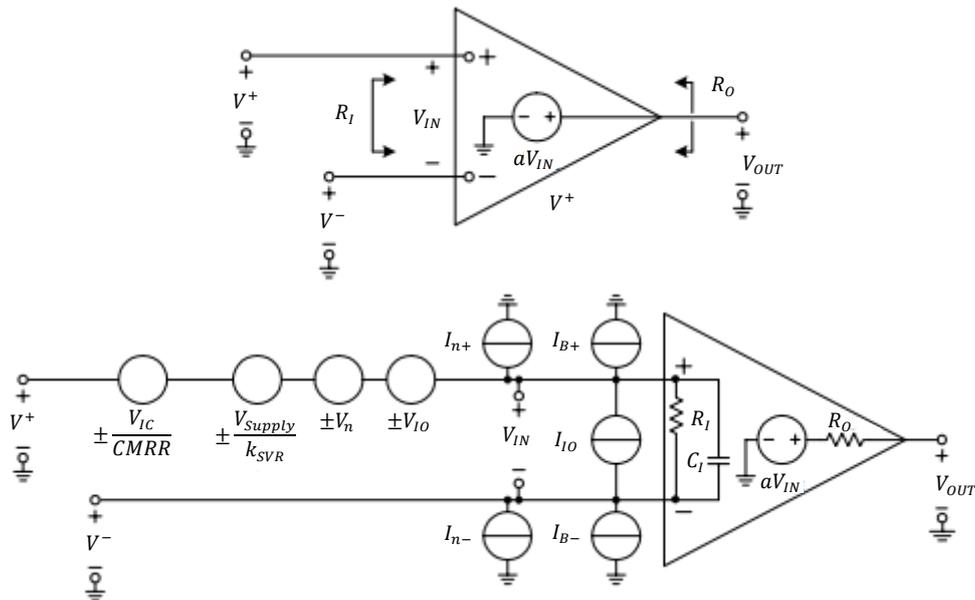
É possível ainda realizar a correção do erro de ponto zero em estágios subsequentes do circuito, como por exemplo após a amplificação de V_o , ou após a digitalização do sinal por um conversor analógico/digital. A remoção do erro de ponto zero em estágios subsequentes apresenta vantagens e desvantagens: por um lado, o circuito da ponte de Wheatstone, que é bastante sensível, não é modificado com a adição de elementos que podem ser novos pontos de falha; por outro lado, para tolerâncias típicas o erro de ponto zero pode ter magnitude maior que o sinal a ser medido, de modo que é necessário o uso de amplificadores capazes de operar em uma faixa de sinais de entrada muito maior sem se saturar.

2.10. AMPLIFICAÇÃO

A saída de uma ponte de Wheatstone com extensômetros, em geral, é usada como entrada de um amplificador diferencial. Como o sinal de saída dessa ponte de Wheatstone em geral tem amplitude muito baixa, a escolha de um amplificador apropriado é de grande importância para o projeto, uma vez que amplificadores diferenciais reais possuem características não ideais que podem ser de grande relevância.

A Figura 28 apresenta dois modelos de amplificador – um próximo de um amplificador ideal e um com diversos parâmetros que modelam comportamentos não-ideais. É comum o uso de amplificadores de instrumentação – amplificadores diferenciais com impedâncias de entrada altas e casadas – para circuitos com extensômetros.

Figura 28 – Dois modelos de um amplificador operacional com diferentes graus de detalhamento de comportamentos não-ideais



Fonte: Texas Instruments™ [11]; modificada pelo autor

Alguns parâmetros relevantes para a seleção de um amplificador para amplificar a saída de uma ponte de Wheatstone com extensômetros será discutida a seguir.

2.10.1. TENSÃO DE ALIMENTAÇÃO, GANHO E FAIXA DE TENSÃO DE SAÍDA

O parâmetro ganho (a) determina por quantas vezes o sinal de entrada (V_{IN}) será multiplicado na saída (V_{OUT}). O valor de ganho desejado é determinado quando se considera a magnitude do sinal de entrada e a magnitude desejada do sinal de saída do amplificador.

O parâmetro faixa de tensão de saída deve ser compatível com a magnitude do sinal de saída desejado, uma vez que o amplificador irá saturar-se quando a faixa de tensão de saída for ultrapassada. Uma vez que a faixa de tensão de saída é em geral função da tensão de alimentação do amplificador, é preciso então dimensionar tais parâmetros em conjunto.

2.10.2. TENSÃO DE *OFFSET* DE ENTRADA

A tensão de *offset* de entrada (V_{IO}) determina a tensão que precisa ser aplicada aos terminais de entrada do amplificador para que se obtenha uma saída de tensão zero [11]. Esse valor, portanto, representa um erro DC, e geralmente é causado por imperfeições no processo de fabricação que produzem pequenas diferenças em transistores que deveriam ser perfeitamente idênticos.

O efeito da tensão de *offset* de entrada na saída de um amplificador em malha aberta, portanto, é dado pela seguinte equação (onde a é o ganho do amplificador):

$$V_{OUT} = -a \cdot V_{IO}$$

O parâmetro V_{IO} , caso fosse sempre constante, poderia ser facilmente corrigido ao adicionar um valor DC à tensão de entrada ou à tensão de saída. Isso pode ser feito com o uso de um potenciômetro conforme mostrado na Figura 27, que seria configurado em uma etapa de calibração do sistema.

No entanto, V_{IO} não permanece constante, sendo afetado pela temperatura do amplificador e sofrendo lentas modificações ao longo do tempo. Tais efeitos são de difícil correção, então deve-se escolher um amplificador no qual a variação da tensão de *offset* seja pequena em relação à amplitude do sinal que se deseja medir. A Figura 29 mostra um documento técnico de amplificador de instrumentação que parametriza a variação da tensão de *offset*.

Figura 29 – Trecho de datasheet indicando a tensão de *offset* de entrada e parâmetros de sua variação

SPECIFICATIONS

ELECTRICAL

At $T_A = +25^\circ\text{C}$, $V_S = \pm 15\text{V}$, $R_L = 10\text{k}\Omega$ unless otherwise noted.

PARAMETER	CONDITIONS	INA118PB, UB			INA118P, U			UNITS
		MIN	TYP	MAX	MIN	TYP	MAX	
INPUT								
Offset Voltage, RTI								
Initial	$T_A = +25^\circ\text{C}$		$\pm 10 \pm 50/\text{G}$	$\pm 50 \pm 500/\text{G}$		$\pm 25 \pm 100/\text{G}$	$\pm 125 \pm 1000/\text{G}$	μV
vs Temperature	$T_A = T_{\text{MIN}}$ to T_{MAX}		$\pm 0.2 \pm 2/\text{G}$	$\pm 0.5 \pm 20/\text{G}$		$\pm 0.2 \pm 5/\text{G}$	$\pm 1 \pm 20/\text{G}$	$\mu\text{V}/^\circ\text{C}$
vs Power Supply	$V_S = \pm 1.35\text{V}$ to $\pm 18\text{V}$		$\pm 1 \pm 10/\text{G}$	$\pm 5 \pm 100/\text{G}$		*	$\pm 10 \pm 100/\text{G}$	$\mu\text{V}/\text{V}$
Long-Term Stability			$\pm 0.4 \pm 5/\text{G}$			*		$\mu\text{V}/\text{mo}$
Impedance, Differential			$10^{10} \parallel 1$			*		$\Omega \parallel \text{pF}$
Common-Mode			$10^{10} \parallel 4$			*		$\Omega \parallel \text{pF}$
Linear Input Voltage Range		(V+) - 1 (V-) + 1.1	(V+) - 0.65 (V-) + 0.95		*	*		V
Safe Input Voltage				± 40	*	*	*	V
Common-Mode Rejection	$V_{\text{CM}} = \pm 10\text{V}$, $\Delta R_S = 1\text{k}\Omega$							
	G = 1	80	90		73	*		dB
	G = 10	97	110		89	*		dB
	G = 100	107	120		98	*		dB
	G = 1000	110	125		100	*		dB

Fonte: Texas Instruments™ [12]; destaque feito pelo autor

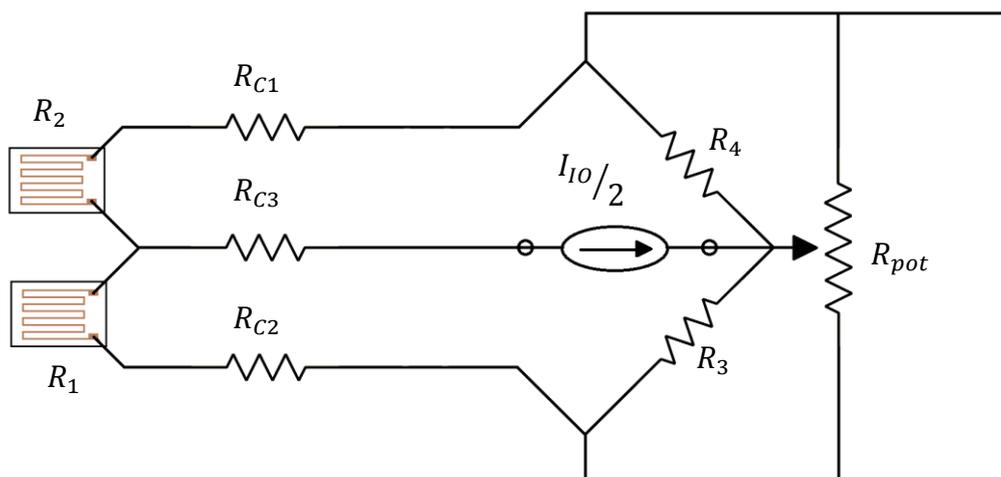
2.10.3. CORRENTE DE POLARIZAÇÃO E DE *OFFSET*

A corrente de polarização (I_B) é definida como a média das correntes que entram entre os terminais positivo e negativo do amplificador, e a corrente de *offset* (I_{IO}) é o valor da diferença entre a corrente que entra entre os terminais positivo e negativo do amplificador.

A corrente de polarização em geral não provoca problemas, uma vez que em uma ponte de Wheatstone equilibrada e com impedâncias semelhantes em todos os ramos, tal corrente produz efeito similar nos terminais positivo e negativo, o que resulta em quase nenhuma mudança na saída. A corrente de *offset*, por sua vez, pode provocar o aparecimento de um efeito similar à tensão de *offset* de entrada.

A intensidade do sinal produzido pela corrente de *offset* dependerá da impedância do circuito que leva aos terminais do amplificador, e é possível modelar tais efeitos com o uso de uma fonte de corrente, conforme ilustrado na Figura 30.

Figura 30 – Uso de fonte de corrente para modelar os efeitos da corrente de *offset*



Fonte: elaborada pelo autor

Supondo que as resistências dos condutores e do potenciômetro são desprezíveis para a análise do circuito ($R_C = 0$ e $R_{pot} = \infty$), e supondo que os quatro ramos da ponte possuem mesmo valor de resistência R , tem-se uma relação entre corrente de *offset* e tensão na saída da ponte de Wheatstone (V_o) descrita por

$$V_o = \frac{I_{IO}}{2} \cdot R. \quad (2.19)$$

Assim como a tensão de *offset*, a corrente de *offset* é relativamente constante, e seus efeitos podem ser, em parte, corrigidos com o uso de um potenciômetro de calibração. Portanto, o parâmetro mais crítico no projeto de circuitos com extensômetros não é a magnitude da corrente de *offset*, e sim o quanto essa corrente muda a longo prazo e com variações térmicas.

2.10.4. RAZÃO DE REJEIÇÃO DE MODO COMUM

A saída de um amplificador diferencial é afetada pela tensão de modo comum entre seus terminais de entrada (V_{IC} , definida como a média das tensões dos terminais de entrada do amplificador). A razão de rejeição de modo comum ($CMRR$) determina qual será esse efeito:

$$V_{OUT} = \frac{V_{IC}}{CMRR} \cdot$$

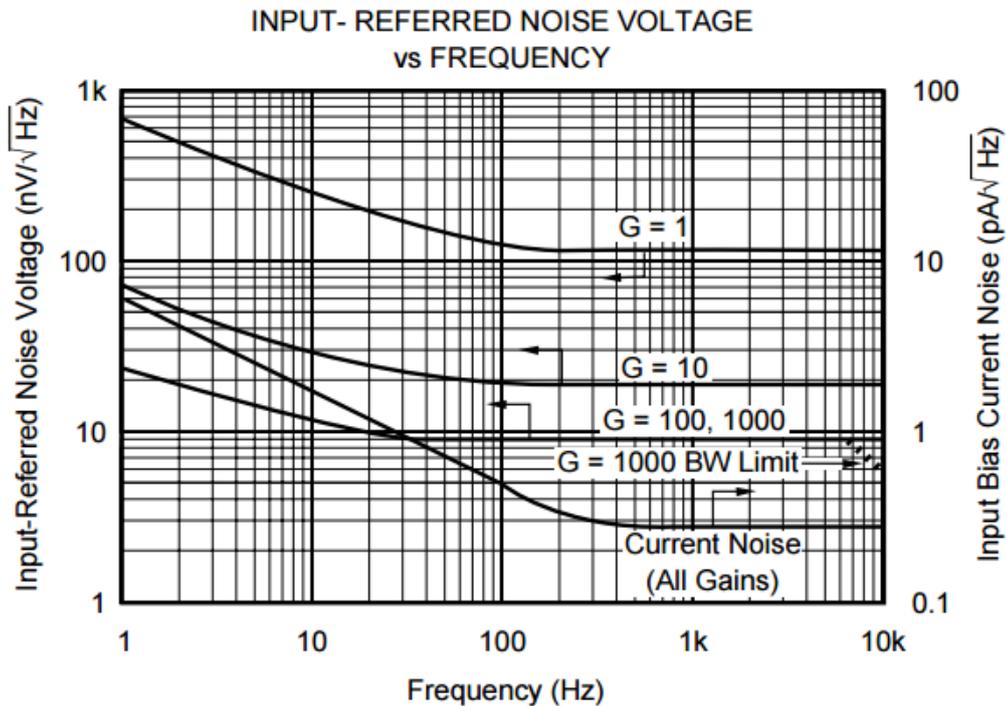
Esse parâmetro é importante para que ruídos na tensão de alimentação da ponte de Wheatstone não provoquem efeitos consideráveis na saída do amplificador, uma vez que os efeitos desses ruídos podem ser confundidos com um sinal de algum dos extensômetros. Para garantir que os efeitos de tal ruído não causem grandes alterações na saída, o ruído da fonte de alimentação dividido por $CMRR$ deve ser pequeno em relação à amplitude do sinal que se deseja medir.

2.10.5. TENSÃO DE RUÍDO DE ENTRADA

A tensão de ruído de um amplificador é um termo que agrega todas as formas de ruído produzidas no amplificador. Em geral, tal tensão é expressa como um valor de tensão equivalente de entrada (V_n), ou seja, um valor que representa as formas de ruído produzidas pelo amplificador como um valor equivalente de ruído na tensão de entrada (ver Figura 31).

A tensão de ruído equivalente de entrada pode ser pensada como sendo uma representação de flutuações nas componentes da tensão de *offset* de entrada. Em geral, a tensão de ruído equivalente de entrada é caracterizada por um gráfico de densidade espectral, que caracteriza valores esperados de potência para diversas frequências. Um gráfico desse tipo é mostrado na Figura 31.

Figura 31 - Gráfico de corrente e tensão de ruído em amplificador, em relação à frequência



Fonte: Texas Instruments™ [12]

É necessário, portanto, garantir que o ruído seja pequeno em relação ao sinal que se deseja medir. É importante ressaltar que ruídos fora da faixa de frequência do sinal de interesse podem, teoricamente, ser filtrados.

2.10.6. CORRENTE DE RUÍDO DE ENTRADA

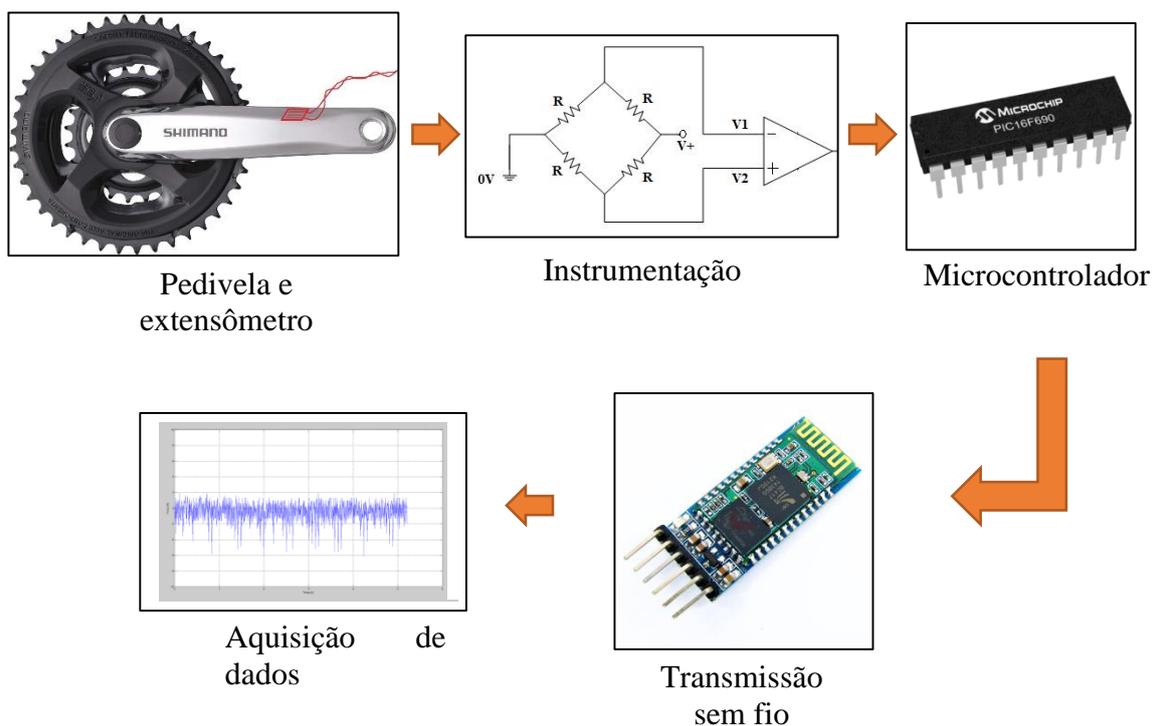
A corrente de ruído de entrada (I_n) representa flutuações nas correntes de bias e *offset*. A análise dos efeitos que a corrente de ruído de entrada provoca é similar à análise feita para a corrente de *offset*, levando em consideração apenas a diferença entre as correntes que surgem nos dois terminais, e dependendo da impedância dos ramos da ponte de Wheatstone (ver Figura 30 e equação (2.19)).

Assim como a tensão de ruído de entrada, essa grandeza é geralmente expressada com um gráfico de valor esperado do ruído para diversas frequências (ver Figura 31).

3. EXECUÇÃO

O projeto de medidor de torque para bicicleta consistiu na instalação de extensômetros no pedivela de uma bicicleta, o projeto da instrumentação que realizaria a amplificação do sinal dos extensômetros, o uso de um microcontrolador para realização de leituras via conversor analógico/digital e o projeto de um sistema que permitisse o envio sem fio dos dados colhidos. Um diagrama do projeto é apresentado na Figura 32.

Figura 32 – Diagrama de blocos do projeto



Fonte: elaborada pelo autor com imagens de: Shimano™; Microchip™, FilipeFlop™

O recebimento e a interpretação dos dados colhidos não fizeram parte do escopo do projeto - em um sistema de bicicleta elétrica *pedal assist*, tais sistemas seriam responsáveis por interpretar os dados recebidos para controle do motor. No entanto, como foi necessário realizar alguma forma de aquisição e interpretação de dados para diagnóstico durante a execução do projeto; tal aquisição foi realizada com o uso dos softwares já disponíveis RealTerm™, SerialChart™ e MATLAB™.

3.1.EXTENSÔMETRO UTILIZADO

A escolha do tipo de extensômetro utilizado no projeto foi feita levando apenas em consideração o custo e disponibilidade. Foi utilizado um modelo de extensômetro elétrico resistivo com custo de aproximadamente 10 reais por unidade. Tal extensômetro tem sua trilha constituída pela liga constantan, com sensibilidade (S_G) entre 2.0 e 2.2, e resistência nominal 350Ω . O extensômetro possui compensação térmica para alumínio.

3.2.POSICIONAMENTO E INSTALAÇÃO DOS EXTENSÔMETROS

Decidiu-se por instalar dois extensômetros em um pedivela de bicicleta, de modo similar ao ilustrado na Figura 24, para uso em um arranjo de meia ponte de Wheatstone (Figura 22) para medição de torque. O pedivela escolhido possui secção aproximadamente retangular de dimensões $16 \times 10 \text{mm}$. A distância entre o ponto de aplicação da força e o ponto de instalação dos extensômetros foi de aproximadamente 5cm. A Figura 33 mostra o resultado final da instalação dos extensômetros no pedivela selecionado.

Figura 33 – Pedivela selecionado com extensômetro em destaque



Fonte: elaborada pelo autor

É possível perceber, ao observar a Figura 33, que o pedivela utilizado não é perfeitamente reto. No entanto, para prever a deformação que os extensômetros sofreriam, foram utilizadas as fórmulas (2.9) e (2.10), que pressupõem uma alavanca em formato de paralelepípedo reto.

O processo de instalação dos extensômetros envolve três etapas: a preparação da peça, a colagem e a solda dos conectores.

3.2.1. PREPARAÇÃO DA PEÇA

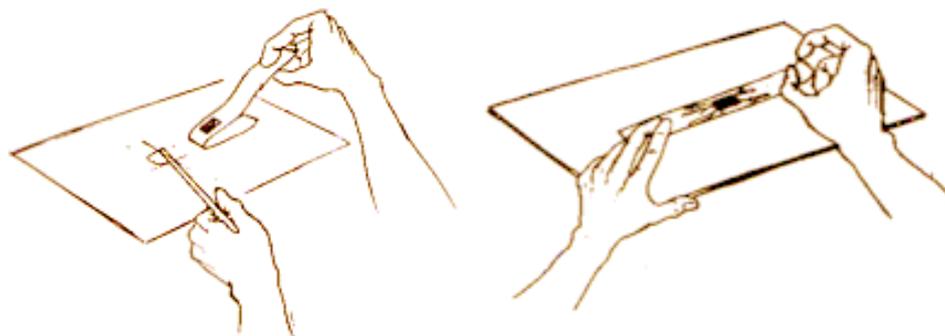
O procedimento de preparação da peça envolve o lixamento e a limpeza do local onde o extensômetro será aplicado, para garantir a adesão do mesmo. Foi realizada lixagem com lixas para metais com granulações sucessivamente mais finas, culminando na granulação 220.

Ao fim do lixamento, a peça foi limpa repetidas vezes com acetona e papel higiênico até que não fosse mais observado qualquer resíduo de limalhas metálicas, e a região onde o extensômetro seria instalado não foi tocada a partir de então.

3.2.2. COLAGEM DOS EXTENSÔMETROS

O processo de colagem foi feito com o uso de um adesivo à base de cianoacrilato comum (supercola). O procedimento de colagem é feito com o auxílio de uma fita adesiva para melhor posicionamento do extensômetro, conforme mostrado na Figura 34.

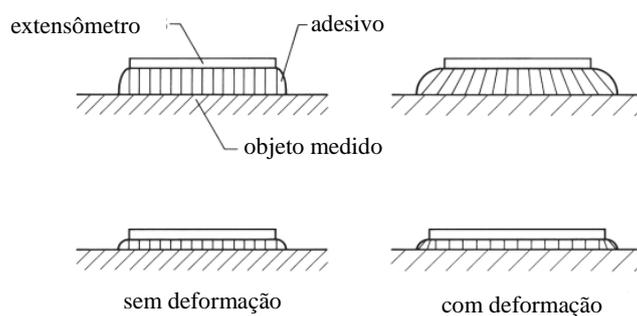
Figura 34 – Ilustração do uso de fita adesiva para posicionamento de extensômetro



Fonte: www.efunda.com [13]

É necessário que pressão seja aplicada no extensômetro durante o processo de cura do adesivo para garantir que a película de adesivo seja o mais fina possível, possibilitando a transferência total da deformação para o extensômetro. A Figura 35 ilustra a necessidade de uma fina camada de adesivo.

Figura 35 - Efeitos da espessura da camada de adesivo na transferência da deformação



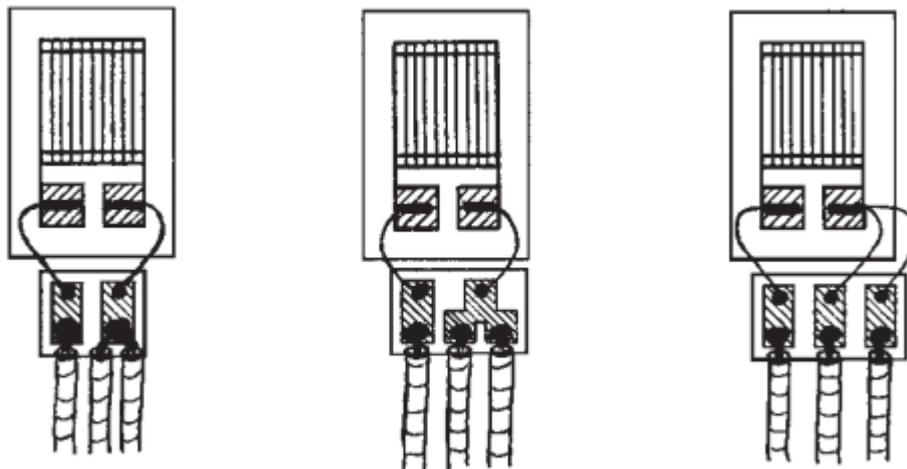
Fonte: Hoffman [5], modificada pelo autor

3.2.3. SOLDAGEM DOS CONDUTORES

A etapa final de instalação dos extensômetros é a soldagem dos condutores que levam até o restante do circuito da ponte de Wheatstone. Essa etapa pode fazer uso de terminais de soldagem intermediários, ilustrados na Figura 36. Esses terminais tem por objetivo evitar que tensões mecânicas no condutor que conecta o circuito ao extensômetro possam danificar o extensômetro.

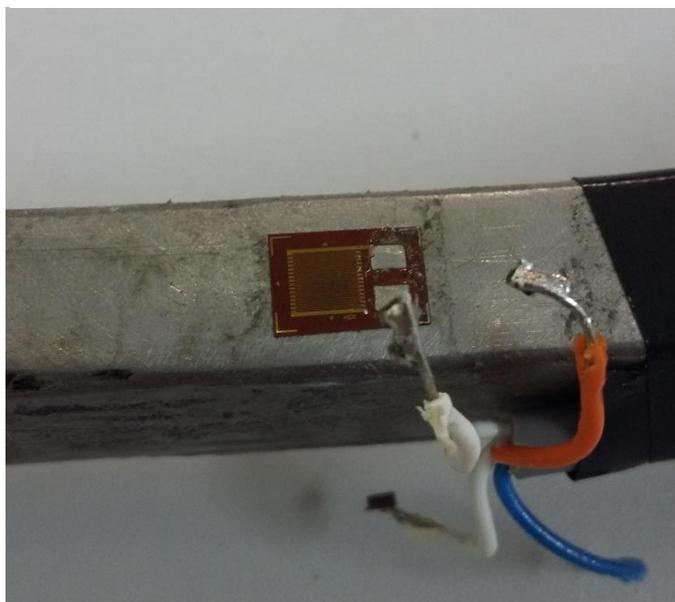
Como não se dispunha de terminais intermediários, inicialmente o condutor foi soldado diretamente aos extensômetros, e eventualmente os extensômetros foram danificados pela tração dos condutores. A Figura 37 ilustra um dos extensômetros danificados. Para resolver esse problema, terminais intermediários foram confeccionados a partir de uma placa perfurada de prototipagem. Tal arranjo pode ser visualizado na Figura 38.

Figura 36 - Três extensômetros e seus respectivos terminais de solda intermediários, de três tipos distintos



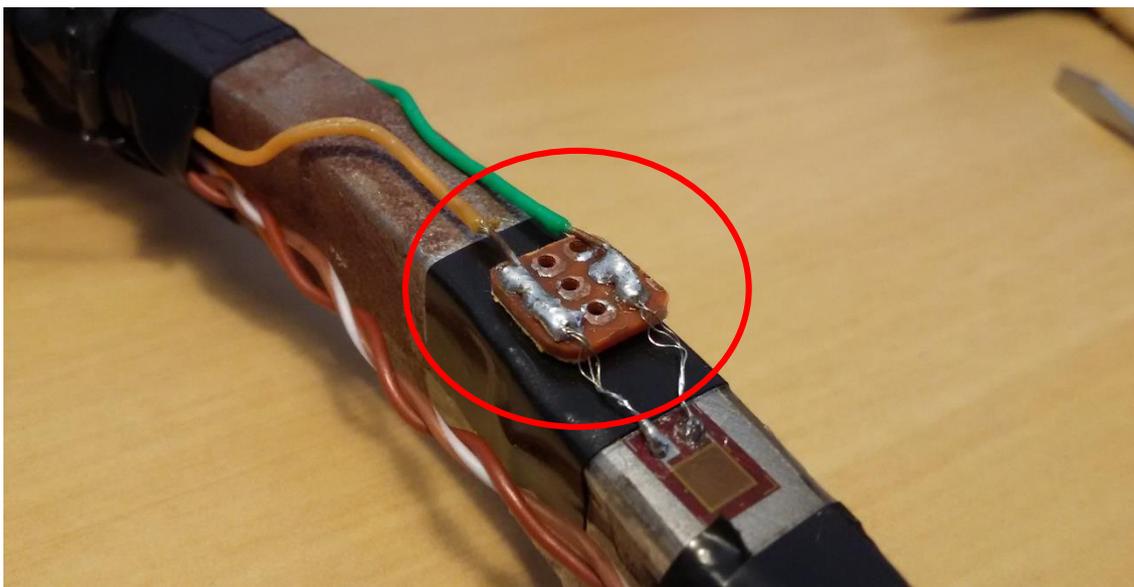
Fonte: Hoffman [5]

Figura 37 - Extensômetro danificado por excesso de tração nos condutores.



Fonte: elaborada pelo autor

Figura 38 – Terminais de solda confeccionados com placa perfurada



Fonte: elaborada pelo autor

Para conectar o circuito de instrumentação ao extensômetro foram usados pares trançados de um cabo CAT5 com alma condutora unifilar.

3.3.PROJETO PRELIMINAR DO CIRCUITO DO AMPLIFICADOR

Inicialmente, foi realizado um projeto preliminar do circuito de amplificação final. Tal projeto utilizou uma estimativa da mudança na resistência do extensômetro quando consideradas as seguintes condições:

- extensômetro elétrico resistivo instalado em uma alavanca, a 5cm (l) do ponto de aplicação da força;
- força aplicada de 30N;
- alavanca com secção retangular de 16mm (H) por 10mm (W), composta de aço, com módulo de Young de 205GPa.

Tais condições foram escolhidas por serem compatíveis com o pedivela no qual viria a ser realizada a instalação do extensômetro. A força de 30N foi escolhida por ser uma estimativa de valor que uma pessoa aplicaria caso estivesse pedalando sem realizar muito esforço – deseja-se que o sistema de medição seja capaz de detectar forças com magnitudes próximas a essas.

Usando a equação (2.9), é possível calcular a deformação que o extensômetro sofreria:

$$\varepsilon_P = \frac{6 \cdot |\vec{F}| \cdot l}{WH^2 \cdot E_{\text{material da alavanca}}} = \frac{6 \cdot 30 \cdot 0,05}{0,01 \cdot 0,016^2 \cdot 205 \cdot 10^9} = 17,149 \cdot 10^{-6} \left[\frac{m}{m} \right]$$

Assim, o extensômetro sofrerá uma deformação de 17,149 partes por milhão. Considerando que o extensômetro usado possui resistência de 350Ω e um fator de sensibilidade (S_g) de 2,1, obtém-se a seguinte variação de resistência (equação (2.11)):

$$\frac{\Delta R}{R_0} = S_g \cdot \Delta \varepsilon = 2,1 \cdot 17,149 \cdot 10^{-6} = 36,013 \cdot 10^{-6} \left[\frac{\Omega}{\Omega} \right]$$

$$\Delta R = 12,60 [m\Omega]$$

Com tais valores, foi estimada a amplitude do sinal produzido por tal deformação. Uma vez que o extensômetro utilizado não é compatível com o material da peça, será necessário o uso de pelo menos dois extensômetros para que se consiga compensação dos efeitos da mudança de temperatura.

Assim, optou-se pelo arranjo de meia-ponte. A tensão de alimentação da ponte foi definida como 5V pela facilidade de obtenção de um regulador, e para minimização dos efeitos de aquecimento ôhmico. Com o uso da equação (2.13), relativa ao arranjo de meia-ponte, obtém-se o seguinte valor para o sinal de saída:

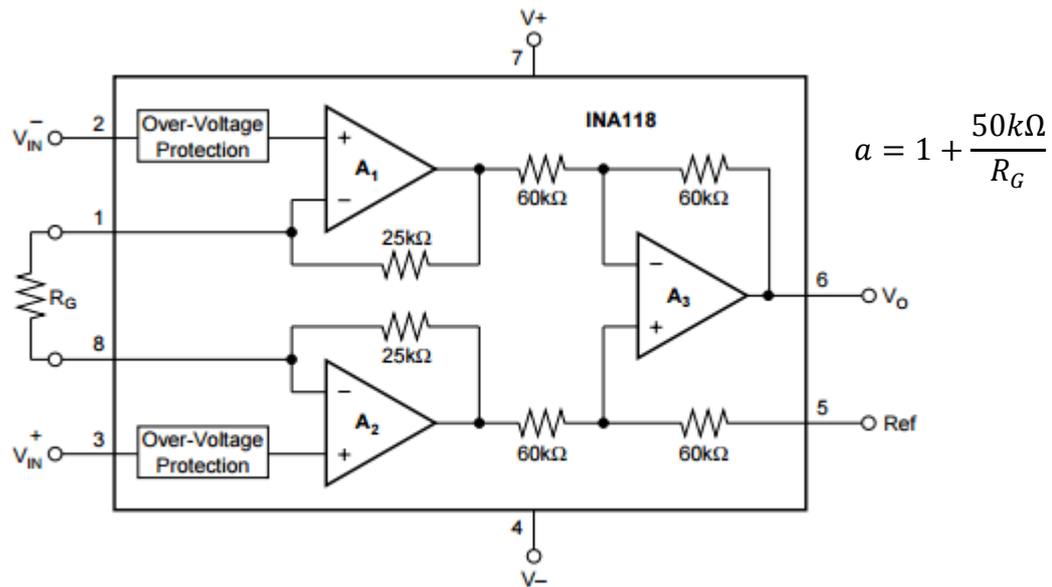
$$V_O = \frac{V_{in} \cdot S_G \cdot \varepsilon}{2} = \frac{5 \cdot 2,1 \cdot 17,149 \cdot 10^{-6}}{2} = 90,03 \cdot 10^{-6} [V]$$

Com tal estimativa, foi realizada a escolha do amplificador que receberia tal sinal.

3.4.AMPLIFICADOR ESCOLHIDO: INA118

Levando em consideração os fatores citados na Seção 2.10, optou-se pela escolha do amplificador de instrumentação INA118, representado no diagrama da Figura 39. Decidiu-se alimentar tal amplificador por uma fonte de 5V, o que significa que o sinal de saída poderá variar numa faixa entre 0.35V e 4V.

Figura 39 - Diagrama do amplificador INA118



Fonte: Texas Instruments™ [12]

No INA118, o ganho (denotado por a) é determinado por um resistor externo, podendo variar entre 1 e 10000. Optou-se por utilizar uma tensão de referência de 2.5V, e decidiu-se por um valor de ganho no qual o sinal de entrada de referência considerado ($90,03\mu\text{V}$) não provocasse saturação:

$$V_O = V_{Ref} + a \cdot V_{in} = 2,5 + a \cdot 90,03 \cdot 10^{-6},$$

$$V_O \leq 4 \text{ [V]}.$$

Assim, a condição para que uma força de 30N não provoque a saturação do amplificador é

$$a \leq \frac{1,5}{90,03 \cdot 10^{-6}} = 16661 \left[\frac{\text{V}}{\text{V}} \right].$$

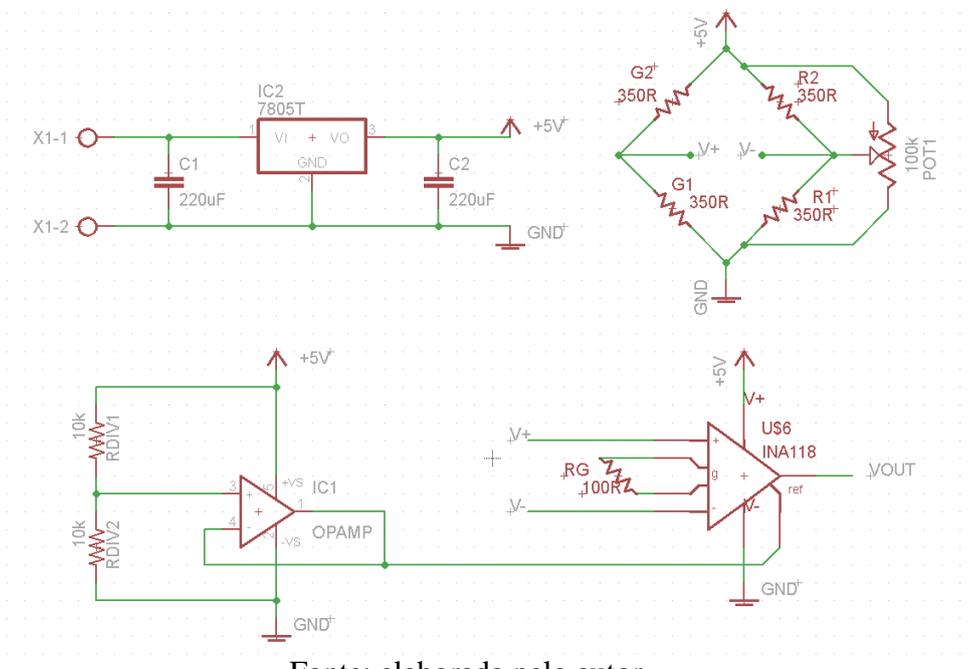
Optou-se por usar um valor de ganho de 500 pois dessa forma só ocorreria saturação do amplificador de instrumentação caso fosse aplicada na alavanca uma força de aproximadamente 1000N, equivalente a todo o peso de uma pessoa de 100kg. Com esse valor de ganho, o sinal de entrada de referência (30N) provocaria uma variação de aproximadamente 50mV na saída.

3.5.PRIMEIRA MONTAGEM

Inicialmente, o circuito representado na Figura 40 foi montado em placa de matriz de contatos, e a saída do INA118 foi verificada em osciloscópio. Nessa figura, os extensômetros são representados pelas resistências G1 e G2. A tensão de referência do INA118 foi fornecida por um amplificador operacional (MC34071) configurado como em buffer de um divisor de tensão. A Figura 41 é uma foto do circuito montado.

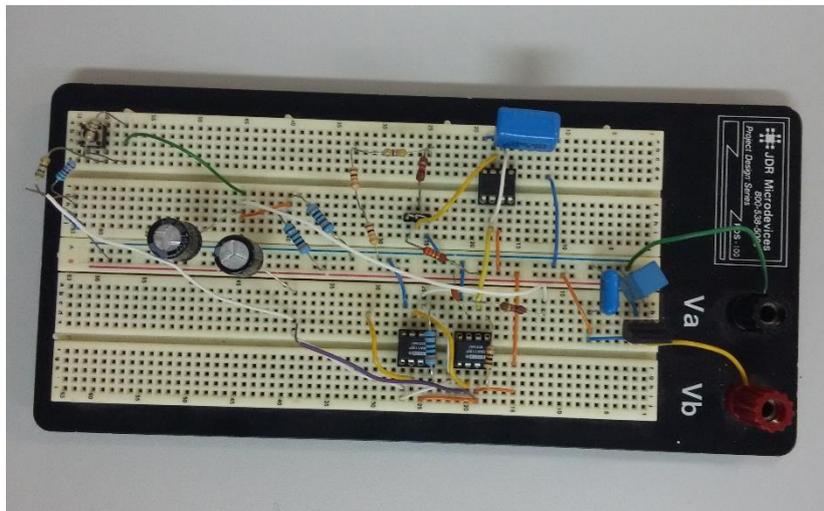
A alimentação do circuito foi obtida a partir de um regulador de tensão LM7805, que foi alimentado por uma bateria de 9V. Foi utilizado um regulador linear na tentativa de reduzir possíveis ruídos que um regulador chaveado poderia produzir.

Figura 40 - Esquemático da primeira montagem



Fonte: elaborada pelo autor

Figura 41 - Fotos do circuito montado em placa de matriz de contatos



Fonte: elaborada pelo autor

Foi possível verificar que a aplicação de força no pedivela provocava uma alteração qualitativa na saída do circuito, mas não se conseguiu realizar uma análise quantitativa porque não foi possível calibrar o circuito de modo a corrigir o erro de ponto zero, que mudava constantemente.

Além disso, o circuito apresentou, sobreposto no sinal de saída, um sinal de 60Hz significativo, que crescia quando mãos se aproximavam do circuito, e um ruído em alta frequência de amplitude de aproximadamente 30mV.

Para lidar com o ruído em alta frequência, decidiu-se por adicionar capacitores à ponte de Wheatstone com o objetivo de atenuar variações de tensão com altas frequências. Essa adição atenuou fortemente o ruído em altas frequências.

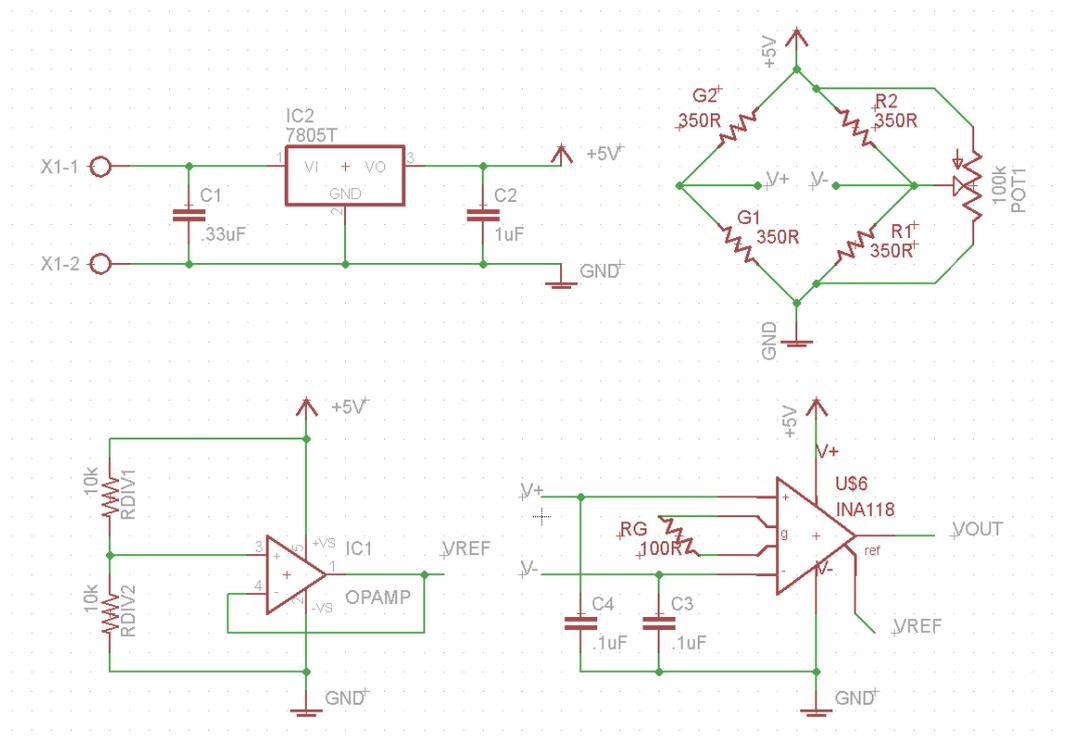
No entanto, não foram encontradas soluções para lidar com o ruído de 60Hz e a variação do erro de ponto zero. Tais erros, teorizou-se, poderiam ser atribuídos às características intrínsecas da placa de matriz de contatos: a impedância relativamente instável dos contatos e grande suscetibilidade a interferências eletromagnéticas.

3.6.SEGUNDA MONTAGEM

Em uma segunda tentativa, o circuito foi montado em placa perfurada com algumas modificações: os capacitores eletrolíticos do regulador de tensão foram substituídos por capacitores de poliéster de menor valor (e resposta mais veloz), foram adicionados capacitores de 100nF à entrada do amplificador de instrumentação, e houve troca do

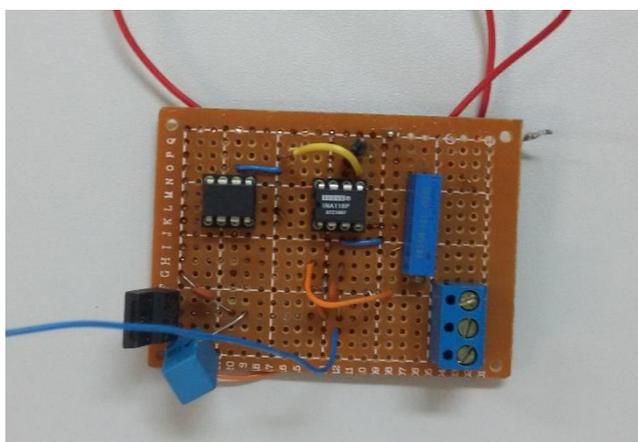
potenciômetro de correção de erro de zero, de um potenciômetro de uma volta para um potenciômetro 10 voltas. O esquemático da segunda montagem encontra-se na Figura 42, e uma foto da mesma encontra-se na Figura 43.

Figura 42 - Esquemático da segunda montagem



Fonte: elaborada pelo autor

Figura 43 - Foto do circuito montado em placa perfurada



Fonte: elaborada pelo autor

Nessa versão, o circuito apresentou resultados melhores, sendo possível observar um degrau de aproximadamente 75mV na saída do INA118 quando uma força de 30N foi aplicada no pedivela. Tal valor foi relativamente próximo do esperado, que seria de 63,02mV (durante esse teste, o ponto de aplicação da força encontrava-se a 7cm, e não a 5cm, do extensômetro). O ruído de alta frequência foi reduzido consideravelmente. No entanto, os seguintes problemas ainda foram verificados:

- o ruído de 60Hz ainda se fazia presente. Tal ruído apresentava valor de pico-a-pico variando entre 15mV e 70mV. O ruído aumentava muito quando uma pessoa tocava a parte metálica do pedivela, e era reduzido quando o pedivela era conectado ao terra do circuito;
- o potenciômetro de calibração do ponto zero era muito sensível; girar levemente o parafuso de ajuste produzia uma variação de dezenas de milivolts no valor lido no osciloscópio;
- a calibração do ponto zero não foi efetiva, com o aparecimento de uma tensão de offset na saída quando a placa de circuito era aquecida ou mecanicamente tensionada. Além disso, o ponto zero sofreu variação de 100mV entre dois testes espaçados no tempo por algumas horas.

3.7.SOLUÇÕES PROPOSTAS

Para lidar com os problemas observados, foram propostas as seguintes mudanças no circuito:

- para lidar com o ruído de 60Hz, um condutor seria usado para aterrar o pedivela. Tal procedimento foi proposto com base na tese de que o ruído de 60Hz observado era causado por uma diferença de potencial induzida no pedivela que era transmitida ao extensômetro por causa da proximidade entre eles.
- a sensibilidade da placa de circuito a variações de temperatura e à aplicação de pressão foram atribuídas a mudanças na resistência da trilha que levam até os ramos da ponte de Wheatstone; a solução proposta foi aproximar os elementos da ponte espacialmente e interliga-los por trilhas grossas;

- os erros de ponto zero foram atribuídos à grande sensibilidade do potenciômetro de correção de *offset*; a solução proposta foi a redução dessa sensibilidade com o uso de resistores fixos em série com o potenciômetro.

3.8.MICROCONTROLADOR E MÓDULO *BLUETOOTH*

No circuito final foram ainda adicionados um microcontrolador PIC16F690 e um módulo *Bluetooth* HC-05, com o objetivo de realizar a transmissão sem fio dos dados colhidos. O microcontrolador realiza a aquisição da saída do INA118 com o uso de um conversor analógico-digital, e os envia através de sua interface serial para o módulo *Bluetooth*, que envia os dados a dispositivos pareados.

O modelo de microcontrolador em questão possui conversor analógico-digital de 10 bits ($n = 10$), e as tensões máximas e mínimas são os valores de alimentação do mesmo, que seriam 0V e 5V. Dessa forma, obtém-se um erro máximo de quantização (Q) de 2,44mV nas leituras:

$$Q = \frac{\Delta V}{2^{n+1}} = \frac{5}{2^{11}} = 2,44 \cdot 10^{-3} [V].$$

O conversor analógico-digital foi configurado com período de amostragem de aproximadamente 25 μ s. Dessa forma, seria possível realizar até 40 mil amostras por segundo. Já a comunicação serial com o módulo *Bluetooth* foi feita à taxa de 9600 bits por segundo, o que permitiria o envio de, no máximo, 800 amostras por segundo (considerando stop bits e start bits). Na realidade, os dados foram transmitidos à taxa de 192 amostras por segundo, uma vez que foram usados 5 bytes para a transmissão de cada dado – 4 dígitos, de acordo com a codificação ASCII, e um caractere *newline* (código ASCII 0x0A).

3.9.CIRCUITO FINAL

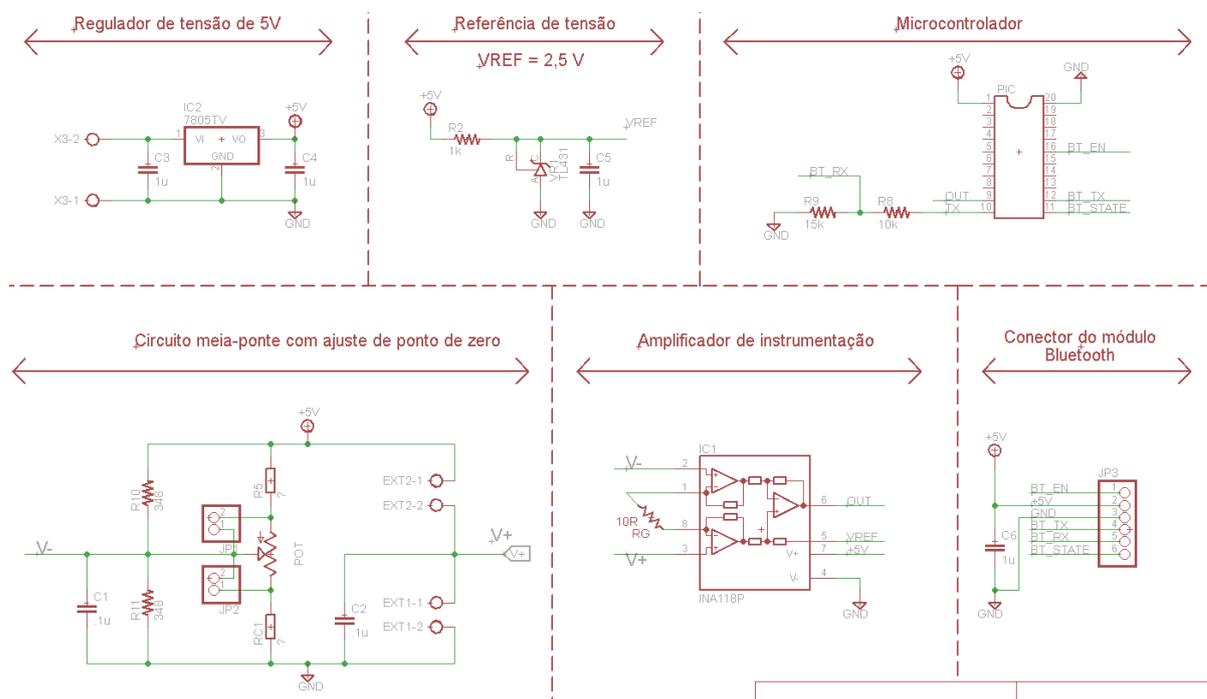
Um esquemático do circuito final pode ser visto na Figura 44. Além das mudanças citadas anteriormente, a referência de tensão do amplificador de instrumentação passou a ser produzida por um regulador *shunt* (TL431), e o ganho foi aumentado de 500 para 5000 para que fosse mais fácil realizar ensaios e verificar a presença de ruído no circuito final.

O procedimento de calibração do ponto zero, ilustrado na Figura 45, foi realizado da seguinte forma: a diferença entre os lados da ponte de Wheatstone foram medidos, e foram calculados valores de resistências necessárias para correção de tal erro. Tais resistências foram adicionadas ao circuito, e foi realizada uma nova medida do erro do

ponto zero. Por fim, um potenciômetro multivoltas foi adicionado em série com os resistores, para a realização de ajustes finos.

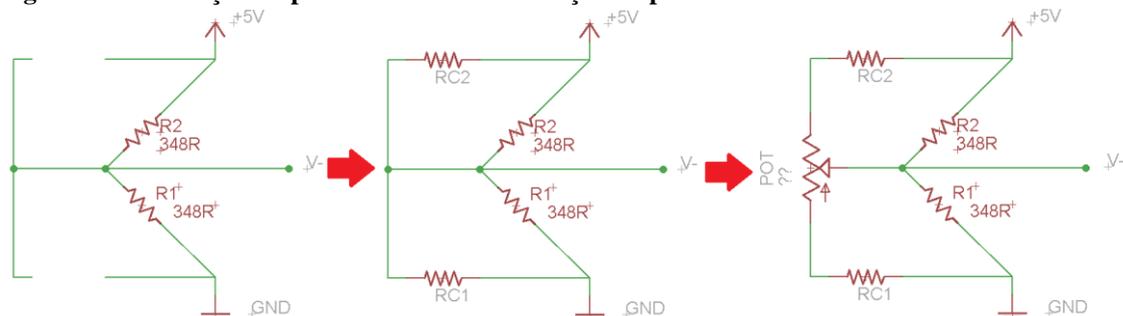
Os valores de RC2, RC1 e POT foram, respectivamente, 270k Ω , 33k Ω e 1k Ω . Dessa forma, conseguiu-se uma sensibilidade muito menor do circuito em relação a variações em POT.

Figura 44 - Esquemático final do circuito



Fonte: elaborada pelo autor

Figura 45 - Ilustração do procedimento de calibração do ponto zero

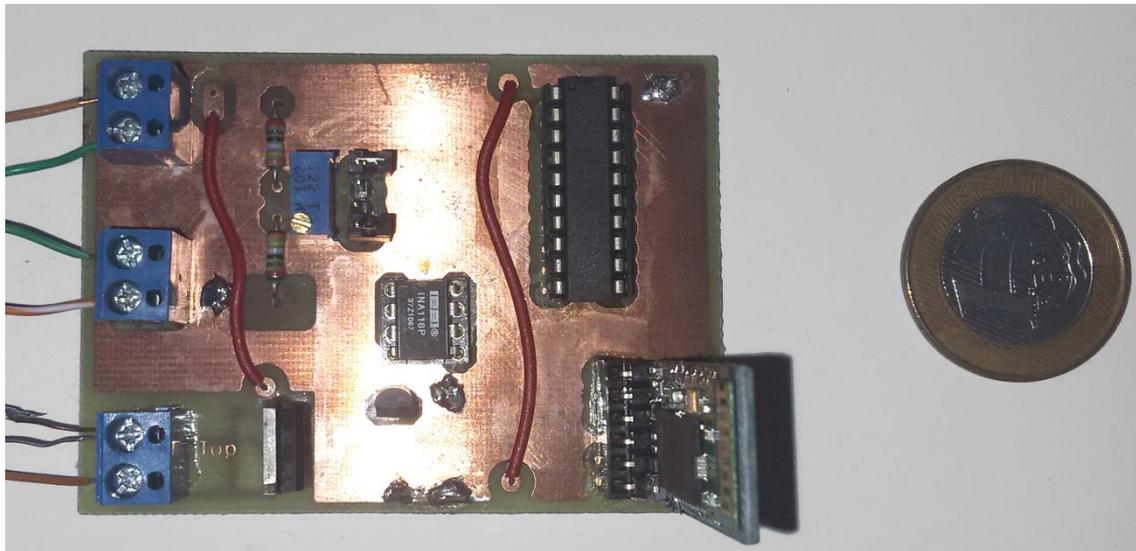


Fonte: elaborada pelo autor

O layout físico da placa pode ser visto na Figura 47. Destaca-se aqui a região da ponte de Wheatstone, no canto superior esquerdo da figura, que foi projetada de maneira simétrica

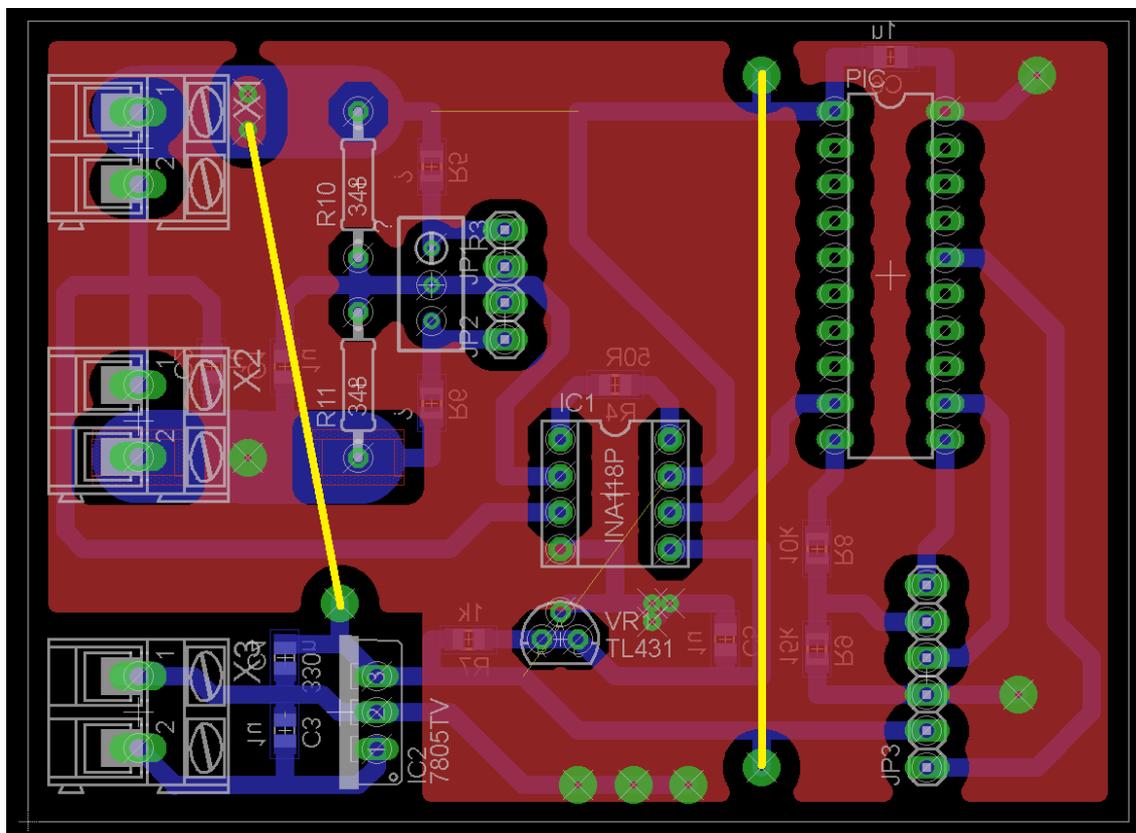
de modo a garantir que ambos os lados da ponte estejam sempre sob a mesma tensão. A Figura 46 contém uma foto do circuito final montado.

Figura 46 - Placa de circuito final após soldagem dos componentes



Fonte: elaborada pelo autor

Figura 47 - Disposição física dos componentes e trilhas na placa de circuito final.



Fonte: elaborada pelo autor

4. TESTES E RESULTADOS

Foram realizados testes para avaliar as seguintes características do circuito: resposta a degraus de força, presença de ruído no sistema, comportamento do circuito quando ocorrem mudanças de temperatura e estabilidade do ponto zero a longo prazo.

4.1.METODOLOGIA

A resposta do circuito foi gravada com o uso de um laptop, que salvou os valores enviados pelo módulo Bluetooth. Assim, todos os resultados aqui apresentados são relativos ao final do processo de aquisição de dados, e não à saída do circuito de amplificação do sinal.

Os valores de força medidos são recuperados com o uso da seguinte fórmula, que relaciona leituras do conversor analógico/digital com a força que produziu tal sinal (L_{ADC} é o valor numérico de 10 bits obtido na leitura realizada pelo conversor analógico/digital, e V_{DD} é a tensão de alimentação do microcontrolador e da ponte de Wheatstone):

$$F = \frac{V_{DD} \cdot (L_{ADC} - 2^{n-1})}{2^n - 1} \cdot \frac{1}{a} \cdot \frac{2}{V_{DD} \cdot S_G} \cdot \frac{WH^2 E_{aço}}{6 \cdot l},$$

$$F = \frac{5 \cdot (L_{ADC} - 512)}{1023} \cdot \frac{2 \cdot 0,01 \cdot 0,016^2 \cdot 205 \cdot 10^9}{5000 \cdot 5 \cdot 2,1 \cdot 6 \cdot 0,05} = (L_{ADC} - 512) \cdot 0,326 [N].$$

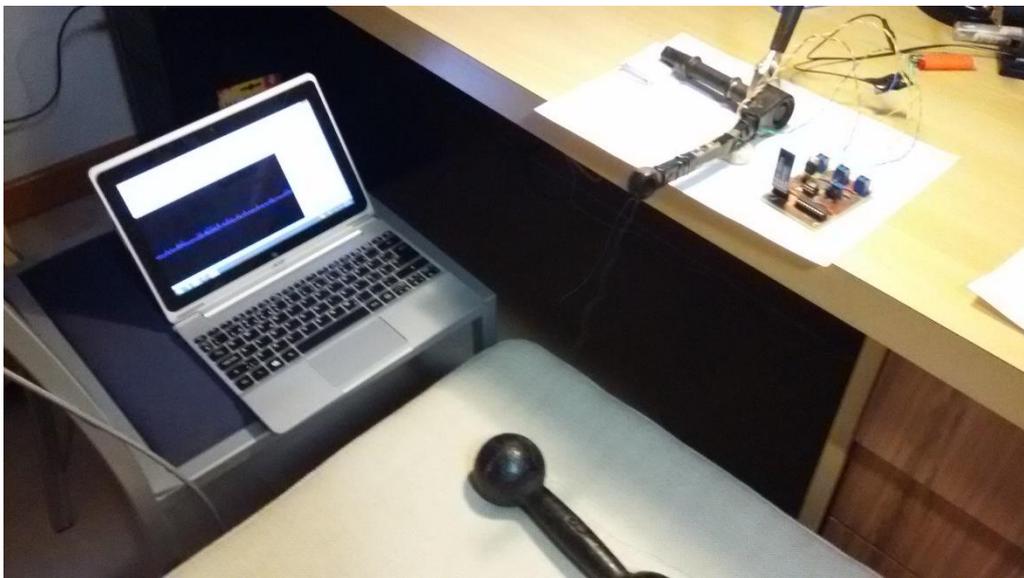
Foi suposto que uma leitura de 512 – no meio da escala – era correspondente a nenhuma força aplicada. Isso foi garantido com a calibração do sistema num momento inicial, processo que consistiu do ajuste do potenciômetro de calibração (ver Figura 45).

Para os testes de degrau de força, o pedivela foi fixado e uma força foi aplicada no ponto onde seria posicionado um pedivela, com o uso de um haltere com o peso escolhido amarrado por uma linha. Para a aplicação do degrau, o peso foi erguido rapidamente, de modo que a linha que liga o pedivela ao haltere não estivesse mais tracionada. Foram usados pesos de 2, 3 e 4kg. Para os testes com valores negativos, o pedivela foi virado de modo a inverter qual extensômetro seria comprimido e qual seria tracionado. A Figura 48 ilustra esse arranjo.

Para os testes de ruído, estabilidade do ponto zero a longo prazo e estabilidade térmica, foi simplesmente realizada a leitura do sistema sem que fosse aplicado qualquer peso. No teste de estabilidade térmica, o sistema foi movido de um local resfriado com ar-condicionado para outro sem ar-condicionado, sendo feita a medição das duas

temperaturas. Para o teste de estabilidade de ponto zero, foram realizadas 3 medidas espaçadas por semanas, sem que o potenciômetro de calibração fosse movido.

Figura 48 – Arranjo experimental



Fonte: elaborada pelo autor

Uma das leituras, durante o teste de degrau de força, apresentou resultados muito distintos do esperado, e foi descartada porque supôs-se que houve erro durante a realização do experimento. Os dados dessa (bem como de todas as outras) leitura podem ser encontrados no Anexo A.

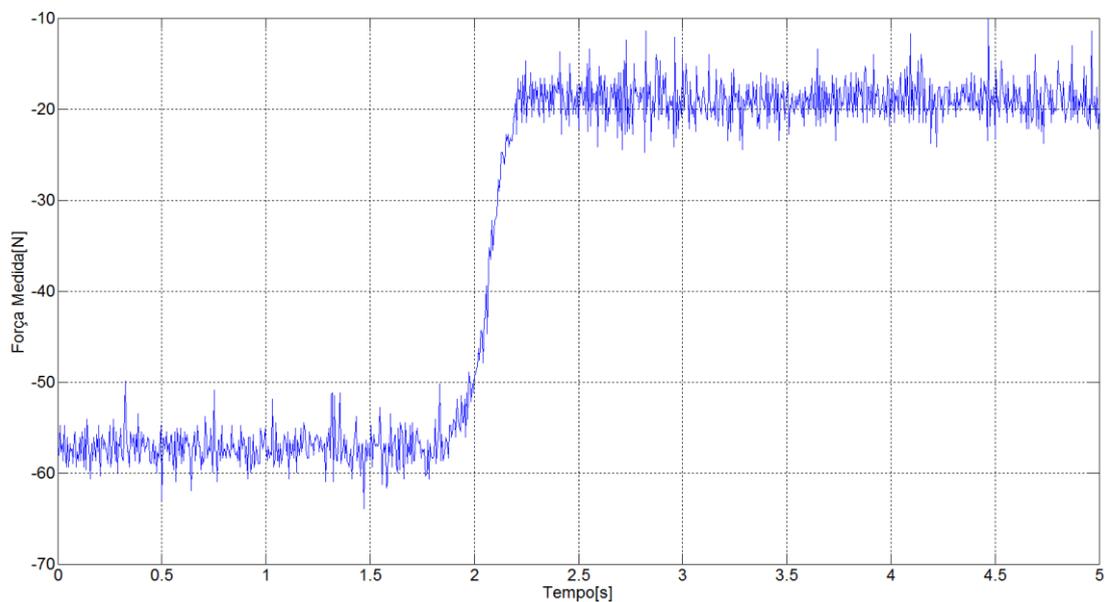
4.2. TESTE COM APLICAÇÃO DE FORÇA

O sistema foi testado com a aplicação de um degrau de força de 20N, 30N e 40N na ponta da alavanca, em ambos os sentidos. Foi medido o valor antes e após a aplicação da força, e a diferença entre as médias dos valores lidos antes e depois do degrau foi calculada. Cada teste foi repetido 5 vezes, totalizando 30 ensaios. A Figura 49 contém uma resposta típica de um destes testes.

Em seguida, os valores de medidas semelhantes foram agregados em valores de média e de desvio padrão (lembrando que uma das 30 leituras foi descartada, – ver Anexo A) da força medida no degrau. A Figura 50 ilustra os 6 valores – para forças de -40N, -30N, -20N, 20N, 30N e 40N – lidos, em azul, com as barras de erro representando o desvio-

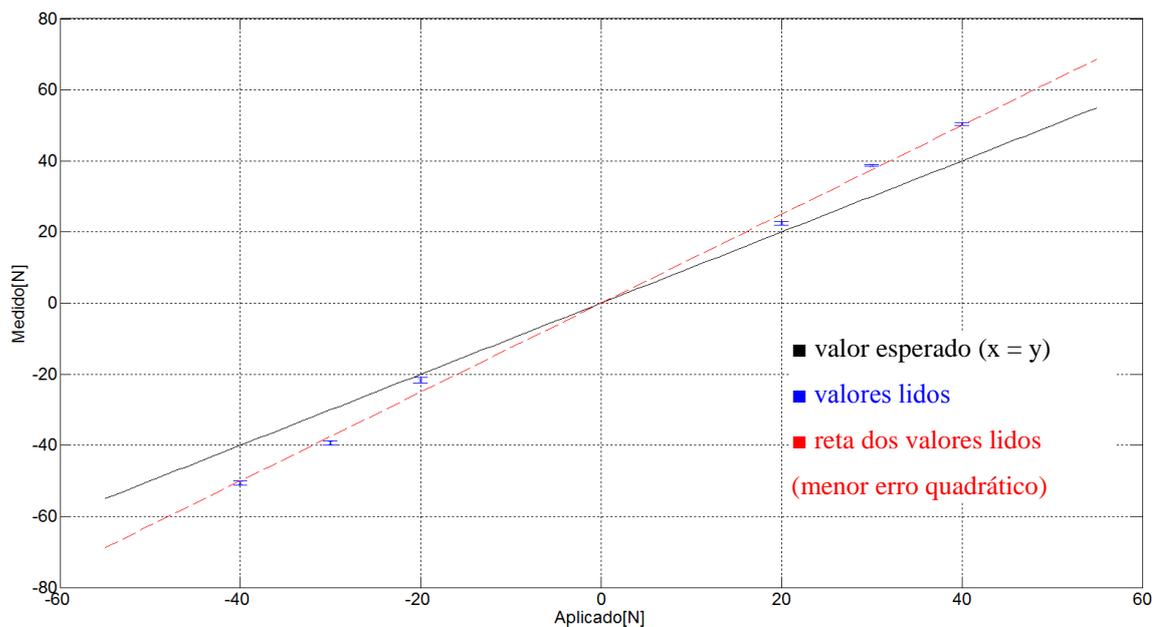
padrão. A linha vermelha ilustra ainda o polinômio de primeira ordem que melhor descreve os resultados obtidos (obtido por minimização do erro quadrático).

Figura 50 – Resposta ao degrau: valor medido da força aplicada na ponta da alavanca (eixo y) em função do tempo (eixo x)



Fonte: elaborada pelo autor

Figura 49 – Respostas ao degrau de força: valor medido (eixo y) e força aplicada (eixo x)

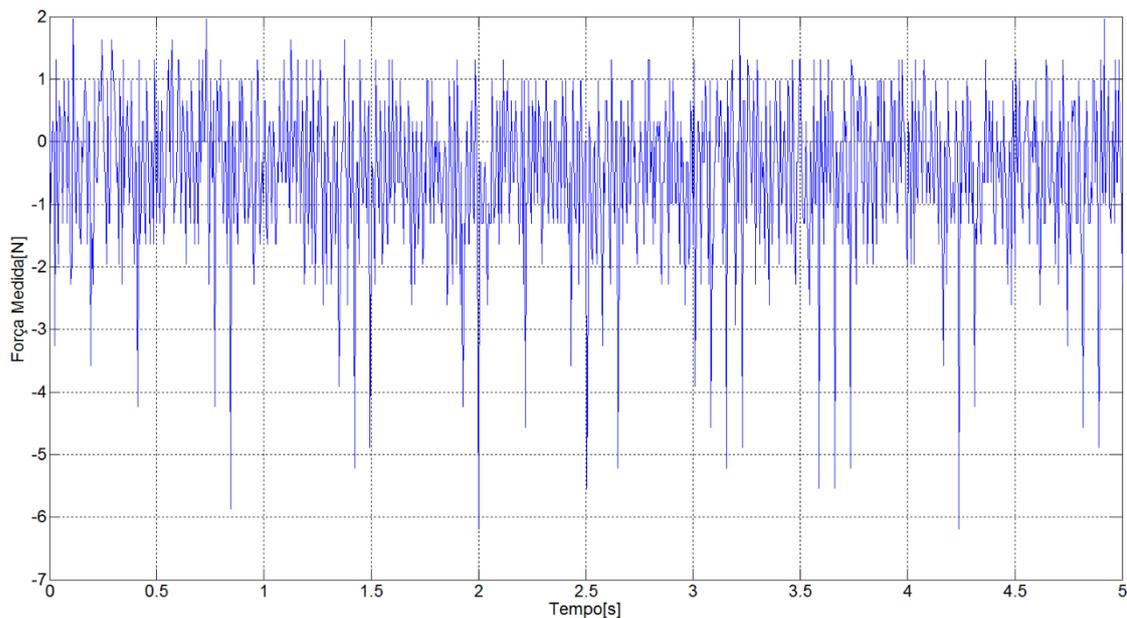


Fonte: elaborada pelo autor

4.3. RUÍDO

A Figura 51 contém um gráfico de leituras realizadas quando não é aplicada qualquer força, ilustrando o erro que se sobrepõe ao sinal.

Figura 51 - Ruído presente nas medições realizadas ao longo do tempo.



Fonte: elaborada pelo autor

Tal ruído produz um erro na leitura com valor eficaz (ou *rms – root mean square*) de 1,23N.

4.4. ESTABILIDADE DO PONTO ZERO A LONGO PRAZO

A estabilidade do ponto zero foi verificada com a realização de três leituras, espaçadas por uma semana. Durante a primeira semana, o potenciômetro de calibração foi ajustado, de modo que o valor lido foi de aproximadamente 512. Uma semana depois, foi lido o valor do ponto zero com o uso da média das leituras ao longo de 1 segundo. Por fim, após um mês, uma nova leitura foi realizada. Os resultados podem ser visualizados na Tabela 1.

Tabela 1 - Variação do ponto zero

Tempo	Valor lido
0	0N
1 semana	-6,53N
1 mês	-13,37N

4.5. ESTABILIDADE TÉRMICA

A resposta do sistema a 25C e a 30C, sem a aplicação de forças, foi medida, e as médias dos valores lidos nessas duas circunstâncias foram comparados. Não se observou muita diferença: foi verificada uma mudança na média do valor lido de apenas 0,13N.

4.6. ANÁLISE DOS RESULTADOS

As leituras de degraus de força foram obtidas com relativa linearidade e boa repetibilidade (baixo desvio-padrão). Os valores lidos foram aproximadamente 25% maiores do que os valores teóricos calculados. Esse erro é considerável, mas poderia ser corrigido através de uma calibração, ao simplesmente multiplicar as leituras por um fator de escala.

Foi surpreendente que as leituras apresentaram valores maiores que o calculado teoricamente. Esperavam-se valores menores pois alguns dos problemas que podem ocorrer durante a instalação do extensômetro resultariam em uma redução no sinal produzido (desalinhamento no eixo principal dos extensômetros ou uso de uma camada muito espessa de adesivo).

Os resultados mais preocupantes foram os relativos ao ruído e à instabilidade no ponto zero. O ruído nas medidas foi considerado preocupante pois suas causas não foram identificadas. A instabilidade observada no ponto zero do sistema em apenas um mês – de causas não identificadas – poderia provocar grandes erros de leitura a longo prazo, e talvez até a saturação do amplificador.

As leituras de resposta térmica confirmaram a relativa insensibilidade do sistema a mudanças de temperatura ambiente, conforme esperado.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O sistema construído apresentou uma boa resposta a degraus de torque, apresentando uma resposta consistente e aproximadamente linear. A resposta obtida foi consistentemente 25% maior que o calculado teoricamente – um erro facilmente corrigível através de uma etapa de calibração.

No entanto, o desvio apresentado no ponto zero do sistema é inaceitável, impossibilitando o uso do mesmo para medições práticas de torque sem que a calibração seja refeita periodicamente. É crucial identificar as causas desse desvio para que o sistema possa ser usado para a aplicação proposta originalmente. O ruído observado também é preocupante pois, apesar de relativamente pequeno, suas causas também não foram identificadas.

Caso se deseje desenvolver algum trabalho a partir da plataforma desenvolvida, uma proposta é a identificação das causas do ruído e do desvio no ponto zero do circuito. Tais problemas podem estar relacionados tanto à parte elétrica do circuito quanto à parte mecânica (qualidade do extensômetro e cola utilizados) do projeto.

6. REFERÊNCIAS

- [1] Secretaria Nacional de Transporte e da Mobilidade Urbana, *Caderno de referência para elaboração de: Plano de Mobilidade por Bicicleta nas Cidades*. 2007
- [2] E. Hicks, *Torque Sensors [online]*. Disponível em <<https://www.electricbike.com/torque-sensors/>>, acesso em 15/12/2015.
- [3] TOPEAK™, catálogo online. Disponível em <<http://www.topeak.com/products/>>, acesso em 22/12/2015.
- [4] D. Roylance, *Mechanical Properties of Materials*, 2008.
- [5] K. Hoffman, *An Introduction to Measurements using Strain Gages*, 1989.
- [6] OMEGA®, *Transactions in Measurement and Control*, 1998.
- [7] OMEGA®, catálogo online. Disponível em <http://www.omega.com/pptst/SGD_3-ELEMENT45-90.html>, acesso em 23/12/2015.
- [8] AGILENT TECHNOLOGIES™, *Application Note 290-1—Practical Strain Gage Measurements*, 1999.
- [9] NATIONAL INSTRUMENTS™, *Medindo distensão com Strain Gauges [online]*. Disponível em <<http://www.ni.com/white-paper/3642/pt/>>, acesso em 11/01/2016.
- [10] OMEGA®, *Omega Web Reference: Positioning Strain Gages to Monitor Bending, Axial, Shear, and Torsional loads [online]*. Disponível em <http://www.omega.com/techref/pdf/Positioning_Strain_Gages.pdf>, acesso em 22/12/2015.
- [11] TEXAS INSTRUMENTS™, *SLOA059 – DC Parameters: Input Offset Voltage*, 2001.
- [12] TEXAS INSTRUMENTS™, *datasheet INA118 Precision, Low Power Instrumentation Amplifier*, 2000.
- [13] *Procedures of General Purpose Tape-Assisted Installation Method [online]*. Disponível em <http://www.efunda.com/designstandards/sensors/strain_gages/strain_gage_inst_all_bond.cfm> e

- <http://www.efunda.com/designstandards/sensors/strain_gages/strain_gage_sensitivity.cfm>, acesso em 15/12/2015.
- [14] R. Schicker, G. Wegener, *Measuring Torque Correctly* [online]. Disponível em <<http://www.hbm.com/en/0116/tips-and-tricks-torque-reference-book/>>, acesso em 10/12/2015.
- [15] MICRO-MEASUREMENTS™, *Tech Note TN-504-1 – Strain Gage Thermal Output and Gage Factor Variation with Temperature*. 2014.
- [16] GRANTE – Universidade Federal de Santa Catarina, *Apostila de Extensometria*, 2004.
- [17] MICRO-MEASUREMENTS™, *Application Note TT-609 – Strain Gage Soldering Techniques*, 2010.
- [18] MICRO-MEASUREMENTS™, *Application Note TT-603 - The Proper Use of Bondable Terminals in Strain Gage Applications*, 2010.
- [19] TEXAS INSTRUMENTS™, datasheet: *TL43xx Precision Programmable Reference*, 2015.
- [20] B. Carter, R. Mancini, *Op Amps for Everyone*, 2008.

7. ANEXOS

ANEXO A – LEITURAS DO TESTE DE DEGRAU DE FORÇA

Este anexo contém os resultados das leituras do teste de aplicação de degrau de força. Uma das leituras foi considerada um outlier, e foi descartada – esta leitura está destacada em amarelo. Os valores de média e desvio-padrão mostrados em amarelo incluem essa leitura em seu cálculo.

	PESO APLICADO					
	20N		30N		40N	
	Positivo	Negativo	Positivo	Negativo	Positivo	Negativo
1	23,2960	-21,0684	38,6330	-40,2563	50,0143	-49,7929
2	22,1934	-21,0327	38,8771	-39,5595	50,7480	-50,1357
3	22,2503	-21,0820	38,8399	-38,8205	50,9215	-51,3807
4	27,6818	-21,9377	38,8480	-38,9935	49,9934	-50,8520
5	22,1979	-23,0406	38,2772	-39,2553	50,0430	-51,0121
MÉDIA	23,5239 (22,4844)	-21,7843	38,6950	-39,3770-	50,3440	-50,6347
DESVIO PADRÃO	2,3712 (0,5417)	0,8189	0,2530	0,5653	0,4525	0,6526